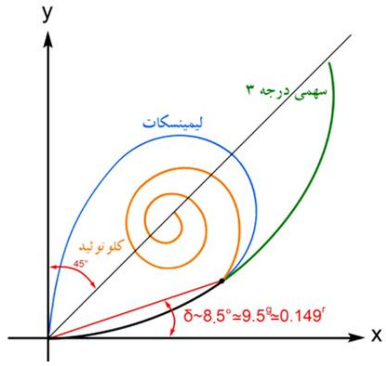
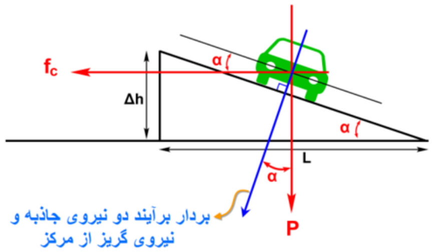
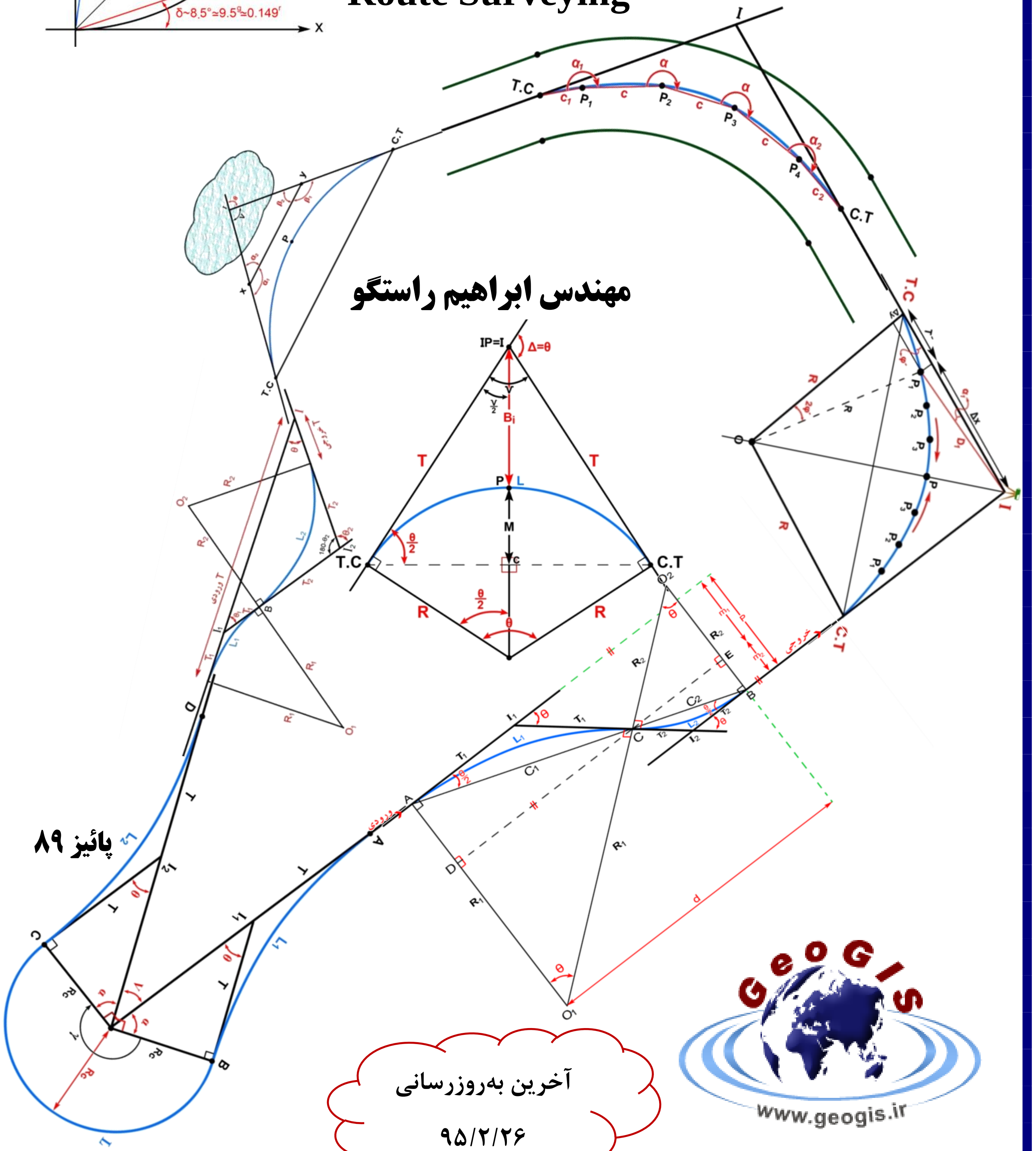




نقشه‌برداری مسیر

Route Surveying



مهندس ابراهیم راستگو

پائیز ۸۹

آخرین به‌روزرسانی

۹۵/۲/۲۶

بسم الله الرحمن الرحیم

تقدیم به بهترین های زندگانی ام

پدر

و

مادر

مهربانم

فهرست

فصل ۱

مراحل احداث یک مسیر راه

یکی از مراحل مهم کار جهت اجرای پروژه‌های گوناگون مســـیر راه، راه آهن، خطوط انتقال لوله، نفت، گاز، خطوط انتقال برق، تلفن، شــبکه‌های آب‌رسـانی، مســیرهای زیر زمینی و فاضـلاب و غیره ...، طراحی و سـپس پیاده سازی پروژه روی زمین است.

برای احداث هر راه باید به عوامل مختلف از جمله نیازهای اجتماعی، اقتصادی، زیست محیطی و فرهنگی و همچنین تأمین سه هدف مهم یعنی ایمنی، راحتی و سرعت در حمل و نقل توجه داشت. تا نهایتاً بتوان شرایط مناسب ترافیکی و حمل و نقل را برای استفاده کنندگان از راه‌های کشور به وجود آورد.

مراحل اساسی احداث یک مسیر به ترتیب از قرار زیر می‌باشد.

۱) مطالعات اولیه و طرح مقدماتی مسیر
۲) تهیه نقشه توپوگرافی بزرگ مقیاس
۳) طرح نهایی مسیر
۴) ایجاد شبکه مسطحاتی و ارتفاعی در اطراف مسیر و پیاده سازی مسیر
۵) تهیه نیم رخ طولی از مسیر و انتخاب خط پروژه
۶) تهیه نیم رخ‌های عرضی و انتخاب خط پروژه عرضی (پروفیل تیپ)
۷) محاسبه‌ی حجم عملیات خاکبرداری و خاکریزی
۸) برآورد هزینه احداث راه
۹) تجهیز کارگاه و اجرای عملیات راه سازی

چنانچه بخواهیم به صورت مشروح‌تری به فرآیند احداث یک راه بپردازیم:

مطالعه مسیر

مطالعه م سیر عبارت ا ست از برر سی همه جانبه زمین از بابت توپوگرافی، زمین شنا سی، اقلیمی، محیطی به منظور انتخاب یک راه حل خوب و قابل قبول و منطقی جهت انتخاب مسیری از مبدأ به مقصد.

الف) مطالعات فاز اول (مرحله اول)

* جمع آوری هر گونه اطلاعات و مدارک مورد نیاز از سازمان‌ها و دستگاه‌های ذی‌ربط.
* جمع آوری هر گونه نقشه یا عکس‌های هوایی موجود از منطقه.
* بازدید از منطقه طرح و جمع آوری اطلاعات و آمار مورد نیاز.

* انتخاب مسیرهای مختلف بین مبدأ و مقصد (واریانت‌های[1]مختلف) بر روی نقشه‌ها یا عکس‌های هوایی موجود. (در این مورد می‌توان از نقشه $\frac{1}{25000}$ که سازمان نقشه‌برداری کل کشور در چند سال اخیر از کل ایران تهیه کرده استفاده کرد)
* اعزام گروه‌های مختلف کارشناسی مانند کارشناسان زمین شناسی، نقشه‌برداری، محیط زیست، منابع آب و ... برای بررسی کارشناسانه مسیرهای انتخاب شده اولیه.
* جمع آوری گزارش‌های تهیه شده برای مسیرهای انتخاب شده اولیه.

انتخاب یکی از مسیرهای پیشنهادی با توجه به گزارشات کارشناسی تهیه شده و همچنین پیشنهادات و نظرات کارفرما.

در مرحله شناسایی و مطالعات مقدماتی، وظیفه مهندسین عبارت است از انتخاب مسیرهای قابل اجرا و تعیین مسیر بر مبنای نقاط اجباری، در بعضی مواقع وجود یک محل مناسب برای پل و یا یک گردنه جهت عبور از کوهستان یکی از عوامل مهم کنترل مسیر می‌باشد. نقاط دیدنی در طول مسیر مانند آبشار، دریاچه و سایر زیبایی‌های طبیعت و جذب کننده، مراکز آثار باستانی و مراکز صنعتی تمام نقاطی هستند که در وهله اول به نام نقاط اجباری درجه‌ی یک بر روی انتخاب مسیر موثرند.

عواملی که در وهله دوم و به نام نقاط اجباری درجه‌ی دو بر روی انتخاب مسیر تأثیر دارند عبارتند از مسیل‌ها، گذرگاه‌های کوهستانی، مناطق باتلاقی، عوامل موثر در قیمت از قبیل نوع خاک، تعداد و بزرگی ابنیه‌های فنی موجود در طول مسیر، حجم عملیات خاکی برای تهیه یک مسیر مطلوب و با شیب‌های استاندارد، هزینه نگهداری راه، عبور مسیر از منطقه آفتابی، هزینه‌ی سازه‌های بهمن‌گیر و جلوگیری از ریزش سنگ‌های کوه و تونل‌ها و... می‌باشند.

نکته: در محل‌های کوهستانی بهترین مسیر قابل اجرا، اغلب در امتداد رودخانه‌ها در دو دامنه کوهستانی می‌باشد. کم هزینه‌ترین مسیرها عبارت است از مسیری که درست بالاتر از جریان آب در صورتی که شیب رودخانه از حد مجاز تجاوز نکند قرار گیرد.

ب) مطالعات فاز دوم (مرحله دوم)

* تهیه نقشه توپوگرافی بزرگ مقیاس، معمولاً با مقیاس $\frac{1}{1000}$ الی $\frac{1}{2000}$ در باند مشخصی به عرض 200 یا 300 یا 400 متری.
* مشخص کردن دقیق نقاط شروع، پایان و اجباری درجه‌ی یک و دوم بر روی نقشه مذکور
* طراحی مسیر با توجه به مشخصات فنی مورد نظر شامل خطوط مستقیم، قوس‌ها، پل‌ها، آبروها و ... همچنین تعیین محل تأسیسات جانبی راه شامل مکان‌های پمپ سوخت، مکان ساختمان‌های راهداری، اورژانس، مجتمع‌های خدماتی رفاهی بین راهی، پاسگاه‌ها و غیره...

[1] Variant

ج) مطالعات فاز سوم (مرحله سوم)

* پیاده‌کردن مؤلفه افقی مسیر (پلان مسیر) که در فاز دوم بر روی نقشه‌های توپوگرافی طراحی شده است.
* تهیه و ترسیم نیم رخ‌های طولی و عرضی و انتخاب خط پروژه‌های طولی و عرضی
* محاسبه‌ی حجم عملیات خاکی شامل خاکبرداری و خاکریزی
* تعیین هزینه اجرا یا برآورد هزینه احداث راه.
* تجهیز کارگاه و اجرای عملیات ساختمانی راه توسط پیمانکار با نظارت مشاور.

مشخصات هندسی یک مسیر

۱) مبدأ و مقصد مسیر

۲) مؤلفه افقی مسیر

پلان مسیر: که شامل خطوط مستقیم افقی و قوس‌های افقی می‌باشد. انواع مهم قوس‌های افقی عبارتند از:

الف) قوس دایره‌ای ساده[۱]

ب) قوس دایره‌ای مرکب مستقیم[۲]

ج) قوس دایره‌ای مرکب معکوس[۳]

د) قوس سرپانتین[۴](سنجاق قفلی یا لماسه)

ه) قوس‌های اتصال یا تدریجی (کلوتوئید، لمنیسکات، سهمی درجه سه، سینوسی، کسینوسی و ...)

ز) قوس‌های ترکیبی یا پیوندی (شامل قوس اتصال و دایره)

۳) مؤلفه قائم مسیر

نیمرخ طولی: که شامل خطوط مستقیم شیب دار و قوس‌های قائم است. امتدادهای مستقیم قائم با واژه‌ی شیب شناخته می‌شوند و هر دو امتداد مستقیم شیب‌دار به وسیله‌ی یک قوس قائم به یکدیگر مرتبط می‌شوند. مهم‌ترین قوس‌های قائم عبارتند از:

الف) سهمی درجه دو (در برخی از نرم افزارها برای آن‌ها سهمی درجه سه نیز تعریف شده است)

ب) قوس دایره‌ای ساده

ج) بیضی ناقص (بخشی از یک بیضی)

---

[۱] Circular Curves
[۲] Directed Compound Curves
[۳] Reverse Compound Curves
[۴] Serpentine Curve

د) قوس دایره مرکب

۴) مؤلفه نیمرخ مسیر

نیمرخ عرضی: که شامل خطوط سطح تمام شده‌ی مسیر و سطح طبیعی زمین عمود بر محور مسیر می‌باشد.

مطالعات اولیه طرح مقدماتی مسیر

در این مرحله توسط مهندسین مشاور مجری طرح، اطلاعات، مدارک، نقشه و عکس‌های هوایی مرتبط با طرح در صورت موجود بودن، از سازمان‌ها و ارگان‌های ذی‌ربط اخذ و سپس مطالعات اولیه روی نقشه‌های متوسط مقیاس از منطقه (مثلاً نقشه‌های $\frac{1}{10000}$، $\frac{1}{20000}$، $\frac{1}{50000}$) در صورت موجود بودن و همچنین عکس‌های هوایی، صورت گرفته و نهایتاً یک یا چند مسیر بر روی نقشه‌ها و عکس‌های هوایی، بین مبدأ و مقصد انتخاب می‌گردد.

تهیه نقشه توپوگرافی بزرگ مقیاس

در این مرحله مسیر تقریبی انتخاب شده و اقدام به تهیه نقشه توپوگرافی بزرگ مقیاس معمولاً به مقیاس $\frac{1}{2000}$ با منحنی میزان 2 متر و در باندی که مسیر تقریبی در وسط آن قرار دارد، می‌کنیم. عرض باند برداشت بستگی به نوع راه داشته و ممکن است 100، 200 یا 400 متر باشد.

طرح نهایی مسیر

در طرح هندسی راه‌ها علاوه بر در نظر گرفتن موارد کلی از جمله تحلیل هزینه می‌بایست به معیارهای طرح هندسی مانند معیارهای اجباری توجه نمود.

حداقل معیارهایی که در طراحی و به جهت تأمین ایمنی راه مورد نظر قرار می‌گیرد.

عبارتند از:

۱) سرعت طرح

۲) عرض شانه

۳) قوس‌های افقی

۴) قوس‌های قائم

۵) شیب طولی

۶) شیب عرضی

۷) عرض راه (3.65+1.2)

۸) عرض خط عبور (3.65^m)

۹) عرض پل

۱۰) حداقل فاصله‌ی دید توقف و سبقت

۱۱) شیب عرض در قوس‌ها (بربلندی)

برخی توصیه‌ها در طراحی پلان مسیر

۱- تا حد امکان سعی شود از قوس‌هایی با شعاع زیاد استفاده کنیم.

۲- پس از یک قوس با شعاع بزرگ، از قوسی با شعاع کوچک استفاده نشود.

۳- در خاکریزی‌های بلند و طولانی بهتر است از قوس با شعاع زیاد استفاده شود.

۴- تا حد امکان امتداد افقی مسیر با پستی و بلندی‌های طبیعی زمین هماهنگی داشته باشد.

۵- در قوس‌های مرکب از تغییر ناگهانی یک شعاع بسیار بزرگ به یک شعاع کوچک اجتناب کرد.

۶- هماهنگی لازم بین پلان و نیمرخ طولی راه برقرار باشد. برای مثال از تلاقی قوس افقی و قائم در یک نقطه و یا از تلاقی پل با قوس افقی و غیره ... اجتناب شود.

۷- از قوس دایره معکوس به صورت پیوسته اجتناب شود و بین دو قوس از فاصله‌ی مستقیم و یا قوس اتصال تدریجی استفاده شود.

طبقه‌بندی و درجه‌بندی راه‌ها

A) طبقه‌بندی راه‌ها بر اساس موقعیت توپوگرافی منطقه

۱) راه‌های هموار　　۲) راه‌های تپه ماهوری　　۳) راه‌های کوهستانی

۴) راه‌های هموار با مانع　　۵) راه‌های تپه ماهور با مانع　　۶) راه‌های کوهستانی با مانع

B) درجه‌بندی راه‌ها متناسب با اهمیت آن‌ها

۱) آزاد راه‌ها　۲) بزرگراه‌ها　۳) راه اصلی　۴) راه فرعی　۵) راه روستایی

آزاد راه: راهی است که در آن مسیرهای رفت و برگشت از هم جدا شده باشد و دارای شرایط زیر باشند:

- ✓ بدون تقاطع هم سطح
- ✓ دست کم هر مسیر دارای چهار خط سواره رو
- ✓ بدون دسترسی از حاشیه
- ✓ ممنوعیت عبور وسیله نقلیه غیر موتوری

بزرگراه: مانند آزاد راه ولی با امکانات محدود تقاطع هم سطح و دسترسی از حاشیه.

راه ا صلی: راهی است برای گذر وسایل نقلیه‌ی موتوری (و به ندرت وسایل نقلیه غیر موتوری و پیاده) که جزیی از شبکه سراسری و ملی راه‌هاست. رابطی بین راه‌های فرعی، بزرگراه‌ها و آزاد راه‌ها به راه‌های فرعی است.

راه فرعی: ارتباط مراکز جمعیت و تولید داخلی یک منطقه را برقرار می‌کند.

راه روستایی: راهی است برای ارتباط کاملاً محلی بین روستاها و یا اتصال روستاها به راه‌های فرعی (و احتمالاً اصلی).

مشخصات فنی در طراحی

تمامی ضوابط و دستورالعمل‌هایی است که در طراحی مسیر می‌بایست آن‌ها را رعایت کرد که یکی از موارد مهم آن سرعت طرح می‌باشد. سرعت طرح، سرعتی است که به جهت تعیین حداقل مشخصات مربوط به طرح هندسی ازجمله شعاع قوس‌ها و خم‌ها، فواصل دید، بربلندی، انتخاب می‌شود. بر اساس عوامل مختلفی از جمله، طبقه‌بندی و درجه‌بندی راه، ملاحظات اقتصادی، حجم و نوع ترافیک و عوامل محیطی مطابق جدول زیر انتخاب می‌شود.

درجه‌بندی راه برای سرعت طرح

درجه‌بندی راه	طبقه‌بندی راه		
	کوهستانی	تپه ماهور	هموار
آزاد راه‌ها	V3	V4	V5
بزرگراه‌ها و راه‌های اصلی جدا شده	V3	V4	V4
راه‌های اصلی	V2	V3	V4
راه‌های فرعی	V1	V2	V3

نام گروه	سرعت طرح (کیلومتر بر ساعت)		
	حداقل	متوسط	حداکثر
V1	30	40	50
V2	60	70	80
V3	80	90	100
V4	110	110	110
V5	130	130	130

عرض سواره‌رو در مسیر مستقیم

نوع راه	عرض سواره رو بر حسب متر
آزاد راه، بزرگراه و راه اصلی درجه یک	3.65
راه اصلی درجه دو	3.50
راه فرعی درجه یک	3.25
آزاد راه و بزرگراه در سربالایی (خط پروژه وسایل نقلیه سنگین)	2.75
راه اصلی در سربالایی (خط پروژه وسایل نقلیه سنگین)	3.25
عرض خط کمکی و خط پروژه گردش به چپ	3.25 تا 3.65

سومین عامل در طرح هندسی راه، توجه به تغییرات شیب در نقاط طولی مسیر است که اصطلاحاً به آن شیب طولی یا شیب خط پروژه گفته می شود. در واقع شیب طولی، شیب سطح تمام شده را در امتداد مسیر نشان می‌دهد و همواره باید از اعمال شیب طولی شدید و طولانی خودداری نمود.

سرعت طرح	نوع منطقه		
	هموار	تپه ماهور	کوهستانی
60	5	6	8,7
70	4	5	6
80	4	5	6

6	5	4	90
-	5	4	100
-	4	3	110

شیب طولی یا خط پروژه

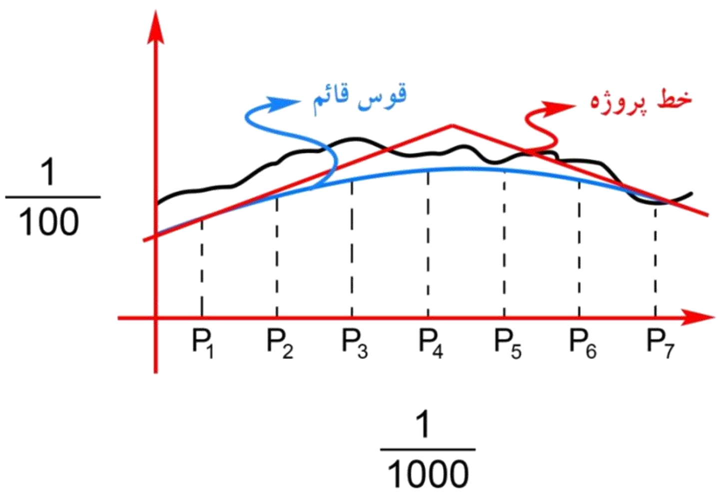
در واقع شیب طولی، شیب سطح تمام شده راه در امتداد مسیر است و همواره باید از اعمال شیب طولی تند و طویل خودداری نمود. حداکثر مقادیر شیب طولی مجاز برای راه اصلی بر اساس نوع منطقه در جدول زیر آمده است.

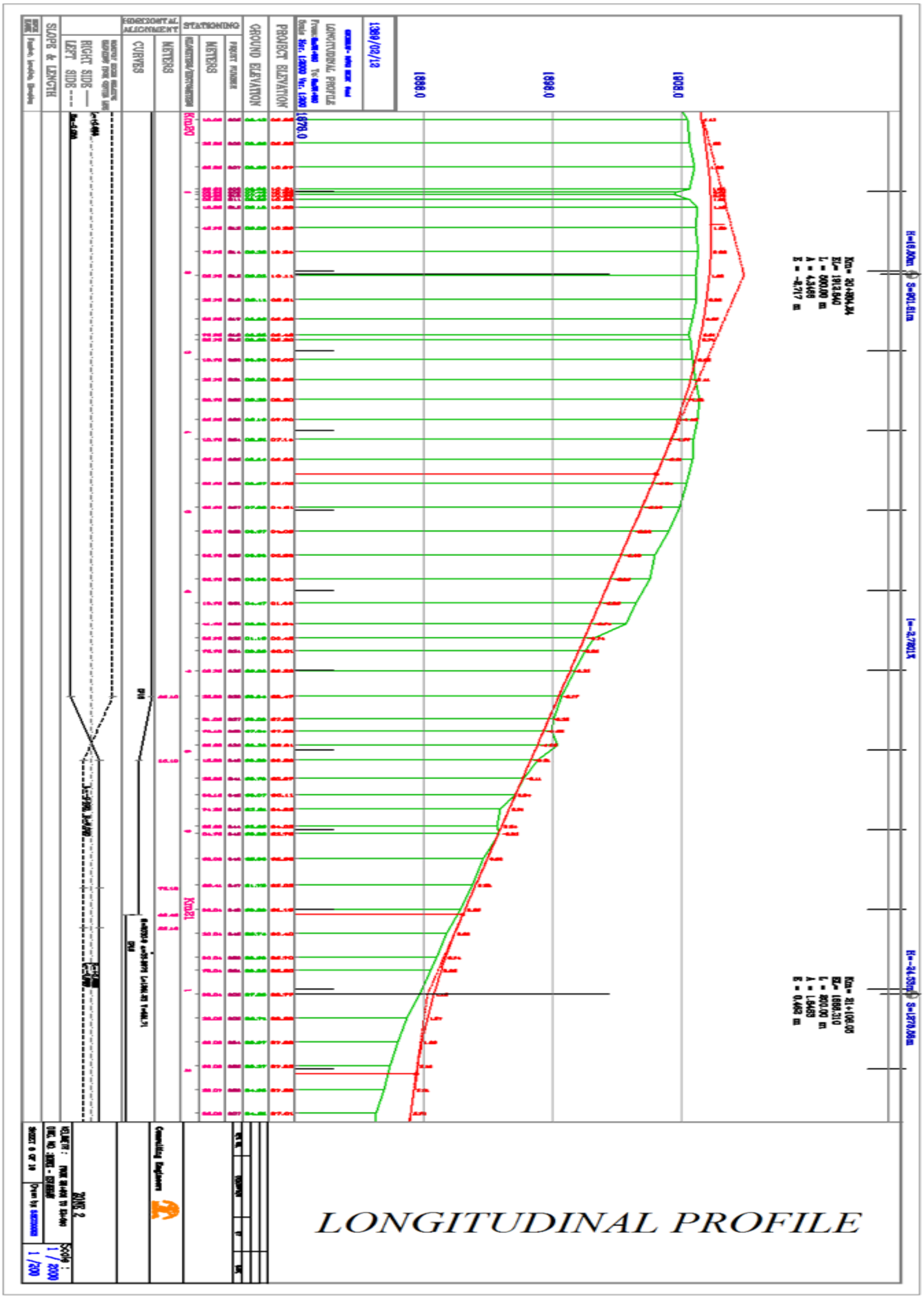
سرعت طرح (کیلومتر در ساعت)						نوع منطقه
110	100	90	80	70	≤ 60	
حداکثر شیب طولی (در صد)						
3	4	4	4	4	5	هموار
4	5	5	5	5	6	تپه ماهور
-	-	6	6	6	8,7	کوهستانی

* اگر نیمرخ دو طرف راه مستقل از هم باشد، می‌توان در سرازیری 1% به حداکثرهای داده شده اضافه کرد مشروط بر اینکه در نقاط سردسیر، مقدار شیب از 6% تجاوز نکند.
* در صورتی که راه در منطقه‌های گرمسیر و بدون احتمال یخبندان قرار گیرد، می‌توان برای سرعت 80 کیلومتر، از شیب 7% و برای سرعت 70 کیلومتر تا 8% حداکثر شیب طولی را افزایش داد.

تعریف نیمرخ طولی

فصل مشترک صفحه قائم گذرنده از محور مسیر را پروفیل طولی (نیمرخ طولی) گویند.




LONGITUDINAL PROFILE

چرا در طراحی مسیر فقط از خط مستقیم استفاده نمی‌شود؟

- ✓ برای رانندگان مسیرهای مستقیم طولانی، خسته کننده است.
- ✓ در صورت استفاده صرف از خطوط مستقیم، حجم خاکبرداری و خاکریزی متعادل نخواهد بود.
- ✓ از مناظر طبیعی نمی‌توانیم استفاده بکنیم.
- ✓ برخورد با موانع صعب‌العبور
- ✓ مواجه با شیب‌های طولی غیر مجاز
- ✓ مسائل اقتصادی و غیره

فصل ۲

قوس‌های دایره‌ای ساده[1]

ساده‌ترین کمانی که دو قسمت مستقیم مسیری را می‌تواند به هم متصل کند یک قوس یا یک کمان از یک دایره ساده می‌باشد، لذا، بهتر است شناخت خوبی از دایره داشت.

تعریف دایره

دایره عبارت است از مکان هندسی تمامی نقاط روی یک صفحه که فاصله‌های آن‌ها (شعاع) از یک نقطه‌ی ثابت (مرکز دایره) به یک اندازه است.

وتر در دایره

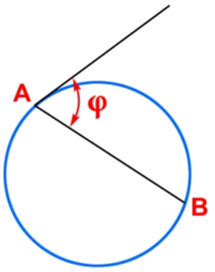
پاره خطی است که دو نقطه‌ی متمایز روی دایره را به هم وصل می‌کند.

قوس یا کمان

هر وتر در دایره، دایره را به دو کمان یا قوس تبدیل می‌کند.

زاویه‌ی ظلی (φ)

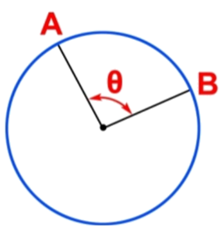
زاویه‌ای که رأس آن بر روی دایره، یکی از امتدادهای آن مماس بر دایره و امتداد دیگر آن وتری از دایره می‌باشد.

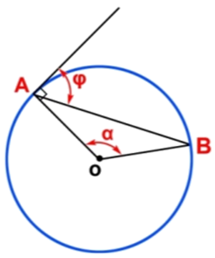


زاویه‌ی مرکزی (θ)

زاویه‌ای است که رأس آن مرکز دایره و دو امتداد دیگر آن دو شعاع از دایره می‌باشند.

رابطه‌ی بین زاویه‌ی ظلی و زاویه‌ی مرکزی





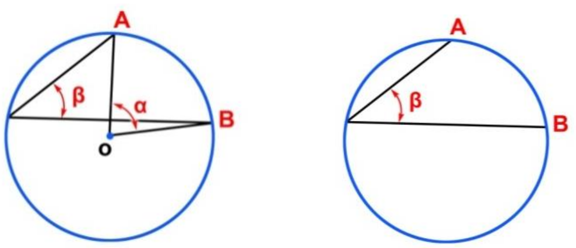
$$\Rightarrow \quad \alpha = 2\times\phi \qquad \phi = \frac{\alpha}{2}$$

[1] Circular Curves

زاویه‌ی محاطی (β)

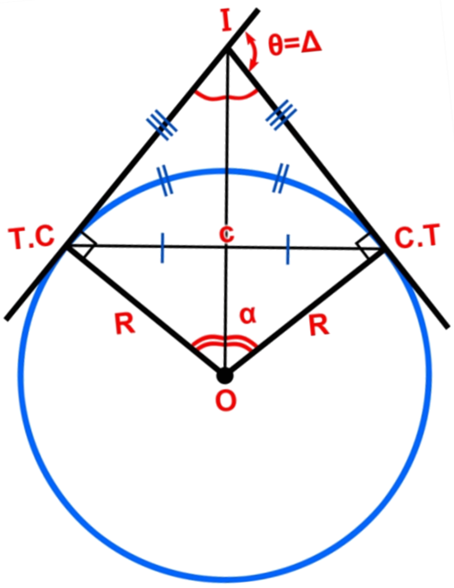
زاویه‌ای که رأس آن روی محیط دایره و دو امتداد آن دو وتر از دایره باشد.

رابطه‌ی بین زاویه‌ی محاطی و زاویه‌ی مرکزی:



$$\Rightarrow \quad \alpha = 2\times\beta \qquad \beta = \frac{\alpha}{2}$$

ویژگی‌های دایره



- از هر نقطه‌ی خارج از دایره تنها می‌توان دو مماس بر محیط دایره رسیم کرد. طول این دو مماس رسم شده با هم برابر خواهد بود.

- خطی که از نقطه‌ی خارج از دایره به مرکز دایره رسم می‌شود:

الف) زاویه داخلی رأس قوس را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند.

ب) این خط وتر مربوطه را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند.

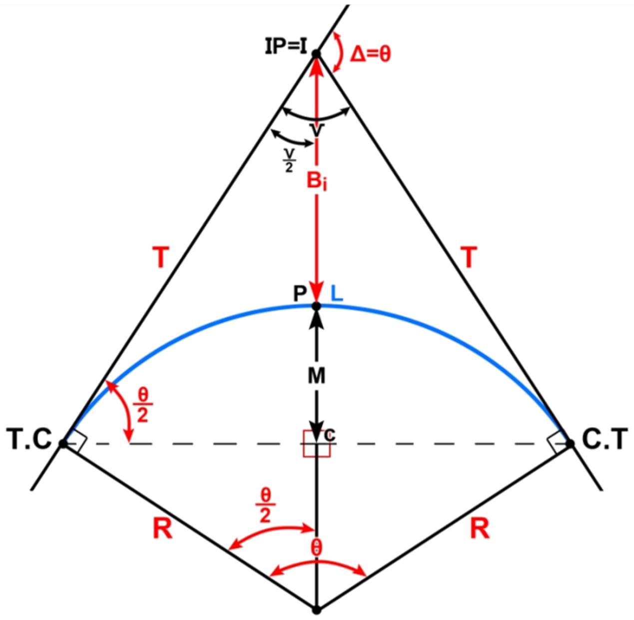
ج) کمان مقابل خود را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند.

د) زاویه‌ی مرکزی کمان مربوطه (α) را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند.

مجموع زاویه‌ی داخلی و زاویه‌ی مرکزی برابر 180 درجه خواهد بود.

زاویه‌ی مرکزی با زاویه‌ی انحراف مسیر برابر خواهد بود.

زاویه‌ی بین مماس بر دایره و شعاع، برابر 90 درجه خواهد بود.



پارامترها و اصطلاح‌های قوس دایره‌ای ساده[۱]

R[۲]: شعاع قوس.

T[۳] : طول مماس یا طول تانژانت.

C[۴]: طول وتر بزرگ.

L[۵]: طول کمان قوس.

θ: زاویه‌ی مرکزی قوس.

Δ: زاویه‌ی انحراف قوس.

P: نقطه‌ی وسط قوس.

T.C[۷]: نقطه‌ی شروع قوس.

C.T[۸]: نقطه‌ی پایان قوس.

Parameter Of Curves [۱]
Radius [۲]
Tangents Length [۳]
Chord [۴]
Length Of Curve (Arc) [۵]
Central Angle [۶]
Tangents To Curve [۷]
Curve To Tangents [۸]

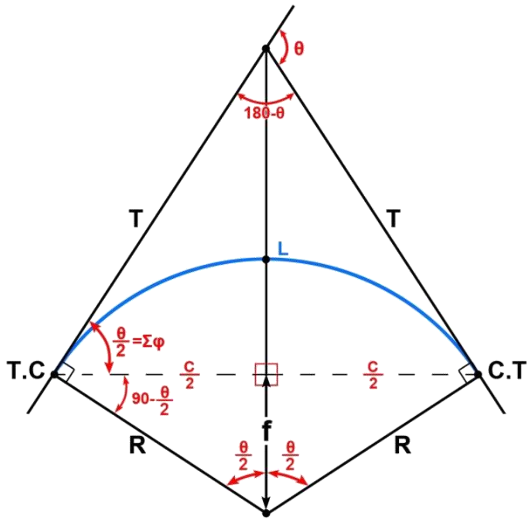
I=IP[1]: تقاطع دو مسیر مستقیم با همان رأس قوس (سومه).

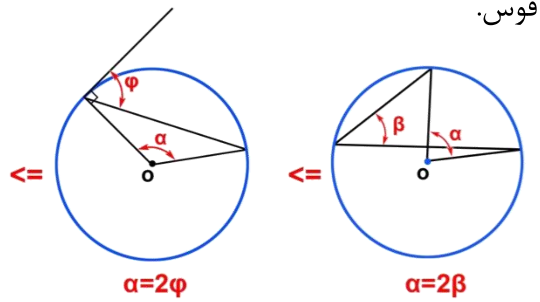
V: زاویه‌ی انحراف داخلی.

BI=E[2]: طول مستقیم از رأس قوس تا وسط کمان.

M[3]: فاصله‌ی درونی قوس یا فاصله‌ی میانی.

D: درجه‌ی قوس.





$$Sin(\frac{\theta}{2}) = \frac{\frac{C}{2}}{R} \Rightarrow \frac{C}{2} = R \times Sin(\frac{\theta}{2}) \Rightarrow \boxed{C = 2 \times R \times Sin(\frac{\theta}{2})}$$

$$Cos(\frac{\theta}{2}) = \frac{\frac{C}{2}}{T} \Rightarrow T = \frac{\frac{C}{2}}{Cos(\frac{\theta}{2})} \Rightarrow T = \frac{R \times Sin(\frac{\theta}{2})}{Cos(\frac{\theta}{2})} \Rightarrow \boxed{T = R \times Tan(\frac{\theta}{2})}$$

$$\boxed{L = R \times \theta}$$ θ بر حسب رادیان

$$M = R - f \Rightarrow M = R - R \times Cos(\frac{\theta}{2}) \Rightarrow \boxed{M = R(1 - Cos(\frac{\theta}{2}))}$$

Intersection Of Tangents Point [1]
Bisectors Or External Distance [2]
Middle Ordinate Distance [3]

$$BI + M = T \times Sin(\frac{\theta}{2}) \Rightarrow BI = T \times Sin(\frac{\theta}{2}) - M \Rightarrow BI = R \times \frac{Sin(\frac{\theta}{2})}{Cos(\frac{\theta}{2})} \times Sin(\frac{\theta}{2}) - R + R \times Cos(\frac{\theta}{2})$$

$$\Rightarrow BI = \frac{R \times Sin^2(\frac{\theta}{2}) + R \times Cos^2(\frac{\theta}{2})}{Cos(\frac{\theta}{2})} - R \Rightarrow BI = \frac{R \times (Sin^2(\frac{\theta}{2}) + Cos^2(\frac{\theta}{2}))}{Cos(\frac{\theta}{2})} - R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BI = \frac{R}{Cos(\frac{\theta}{2})} - R \Rightarrow BI = R \times (\frac{1}{Cos(\frac{\theta}{2})} - 1) \Rightarrow \boxed{BI = R \times (Sec(\frac{\theta}{2}) - 1)}$$

$$\boxed{BI = T \times Tan(\frac{\theta}{4})}$$

درجه‌ی قوس[1] $(\hat{D})$

درجه‌ی قوس عبارت اســـت از زاویه‌ی مرکزی مقابل به یک وتر یا کمانی به طول $100'$ یا 30.48^m که معمولاً درجه‌ی قوس در راه آهن بین 1° تا 9° در بدترین شرایط انتخاب می‌شود.

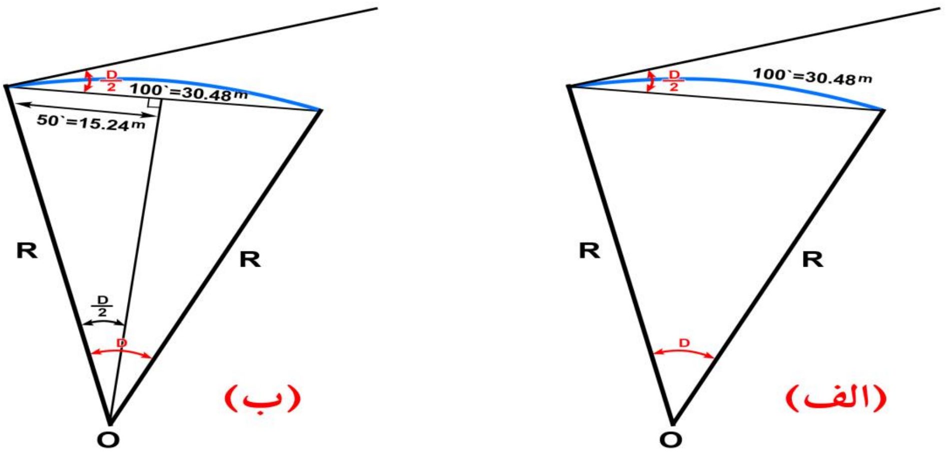
محاسبه‌ی درجه‌ی قوس دو حالت یا دو تعریف دارد.

الف) زاویه‌ی مرکزی مقابل یک کمان به طول 30.48^m یا $100'$ (کمان ثابت)

ب) زاویه‌ی مرکزی مقابل یک وتر به طول 30.48^m یا $100'$ (وتر ثابت)

معمولاً برای بدســـت آوردن درجه‌ی قوس در راه آهن از حالت الف و در راه‌های معمولی از تعریف ب اســـتفاده می‌شود.

رابطه‌ی درجه‌ی قوس و شعاع در دو حالت وتر ثابت و کمان ثابت:



[1] Degree Of Curers

در حالت الف:

D : بر حسب درجه

$$\frac{D}{360}=\frac{30.48}{2\pi R}\Rightarrow D=\frac{360\times 30.48}{2\pi R}\Rightarrow D=\frac{1746.38}{R}$$

D_r : بر حسب رادیان

$$R=\frac{30.48}{D_r}$$

در حالت ب:

$$\mathrm{Sin}(\frac{D}{2})=\frac{15.24}{R}\Rightarrow D=2\mathrm{Arc\,Sin}(\frac{15.24}{R})\Rightarrow R=\frac{15.24}{\mathrm{Sin}(\frac{D}{2})}$$

رابطه‌ی بین درجه‌ی قوس و طول قوس:

$$\frac{L}{30.48}=\frac{\Delta}{D}\Rightarrow L=\frac{30.48\times\Delta}{D}$$

D : درجه‌ی قوس　　　Δ: زاویه‌ی انحراف　　　L: طول کمان بر حسب متر

مثال: چنانچه زاویه‌ی انحراف $\Delta=60^0 13' 11''$ و درجه‌ی قوس $D=2^0 11'$ باشد مطلوب است طول قوس.

$$L=30.48\times\frac{60^0 13' 11''}{2^0 11' 0''}=840.685^m$$

مثال: چنانچه درجه‌ی قوس 3° باشد شعاع قوس را بدست آورید.

$$R=\frac{1746.38}{D}\Rightarrow R=\frac{1746.38}{3}=582.127 \quad , \quad R=\frac{15.24}{\sin(\frac{D}{2})}\Rightarrow R=\frac{15.24}{\sin(\frac{3}{2})}=582.192$$

مثال: چنانچه زاویه‌ی انحراف $\Delta=48^0 30'$ باشد و طول قوس $L=200^m$ مد نظر باشد درجه‌ی قوس و شعاع قوس را محاسبه کنید.

$$D=\frac{30.48\times 48^0 30'}{200}\Rightarrow D=7^0 23' 29.04''$$

$$R=\frac{1746.38}{D}=236.272 \quad , \quad R=\frac{15.24}{\sin(\frac{7^0 23' 29.04''}{2})}=236.435$$

نکته: با توجه به مثال‌های آورده شده درمی‌یابیم که اختلاف بین ثابت فرض کردن کمان یا وتر در حد سانتیمتر است و در برخی موارد قابل چشم پوشی می‌باشد.

مثال: پارامترهای قوس دایره‌ای ساده به شعاع 300^m و زاویه‌ی انحراف 45° را بدست آورید.

$$T=R\times Tan(\frac{\theta}{2})\Rightarrow T=300\times Tan(\frac{45}{2})=124.26$$

$$L=R\times\theta\times\frac{\pi}{180}\Rightarrow L=300\times 45\times\frac{\pi}{180}=235.62$$

$$C=2\times R\times Sin(\frac{\theta}{2})\Rightarrow C=2\times 300\times Sin(\frac{45}{2})=229.61$$

$$M=R(1-Cos(\frac{\theta}{2}))\Rightarrow M=300(1-Cos(\frac{45}{2}))=22.836$$

$$BI=T\times Tan(\frac{\theta}{4})\Rightarrow BI=124.26\times Tan(\frac{45}{4})=24.72$$

$$D=\frac{1746.38}{300}=5^{\circ}\,49'16.56''$$

تمرین: چنانچه زاویه‌ی انحراف $\Delta=30^{0}15'$ و درجه‌ی قوس $D=2^{0}12'$ و مختصـــات نقطه‌ی شـــروع قوس $T.C\begin{vmatrix}200\\200\end{vmatrix}$ و آزیموت نقطه‌ی شروع به رأس قوس برابر $27^{0}11'$ با شد مطلوب ا ست تمامی پارامترهای قوس و مختصات رأس، مرکز و انتهای قوس و مختصات نقطه‌ی P.

حالت‌های گوناگون معرفی قوس دایره‌ای ساده

به صورت کلی برای معرفی و مشخص شدن یک قوس اگر دو پارامتر از کل پارامترهای اصلی یک قوس معرفی گردد، می توان آن قوس را تعیین نمود. ولی معمولاً معرفی یک قوس با یکی از حالات های زیر انجام می شود:

۱) معرفی شعاع و زاویه‌ی انحراف (زاویه‌ی مرکزی) (θ,R)

۲) معرفی طول تانژانت و زاویه‌ی انحراف (T,θ)

۳) معرفی زاویه‌ی انحراف و وتر بزرگ (θ,C)

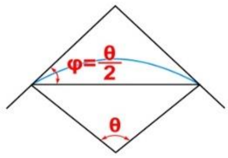
۴) معرفی زاویه‌ی مرکزی قوس و طول کمان قوس (θ,L)

۵) معرفی درجه‌ی قوس و زاویه‌ی انحراف (D,θ)

۶) معرفی طول تانژانت و طول وتر بزرگ قوس (T,C)

زاویه‌ی انحراف در قوس (φ)

زاویه‌ی انحراف در قوس از نوع زاویه‌ی ظلی است و در حالت ماکسیمم برابر $\frac{\theta}{2}$ خواهد بود.



$$L = R\times\theta \quad , \varphi_{max} = \frac{\theta}{2} \Rightarrow \theta = 2\times\varphi_{max} \Rightarrow L = R\times 2\times\varphi_{max} \Rightarrow \varphi_i = \frac{l_i}{2\times R}\times\frac{180}{\pi}$$

روش‌های گوناگون پیاده‌کردن قوس دایره‌ای ساده

به سه روش کلی زیر می‌توان قوس دایره‌ای ساده را بر روی زمین پیاده کرد.

الف) روش قطبی (φ, l)

با اســـتفاده از زاویه‌یاب و متر یا به بیان دیگر، با اســـتفاده از زاویه‌های انحراف (φ) و طول کمان‌ها (l) انجام پذیر است.

ب) روش دو قطبی (φ_1, φ_2)

با استفاده از دو زاویه‌یاب و بدون استفاده از متر انجام پذیر است.

ج) روش افست (x,y)

تنها با استفاده از متر انجام پذیر است.

نکته: دو روش دیگر نیز برای پیاده‌کردن قوس دایره‌ای وجود دارد:

د) پیاده‌کردن قوس به روش انتقال وتر

ه) پیاده‌کردن قوس به روش عمود منصف‌های متوالی وترها

الف) روش قطبی (φ, l)

الف) از روش قطبی به چند روش می‌توان اقدام به پیاده سازی قوس کرد:

الف -۱) زاویه‌یاب را در ابتدا یا انتهای قوس مـ ستقر و شروع زاویه (صفر لمب) را به سمت رأس قوس تنظیم شود.

الف- ۲) در نقطه‌ی شـروع قوس مســتقر و شـروع زاویه (صـفر لمب) را به سـمت انتهای قوس تنظیم شـود یا برعکس.

الف- ۳) در نقطه‌ی رأس قوس مستقر و شروع زاویه (صفر لمب) را به سمت شروع یا انتهای قوس تنظیم شود.

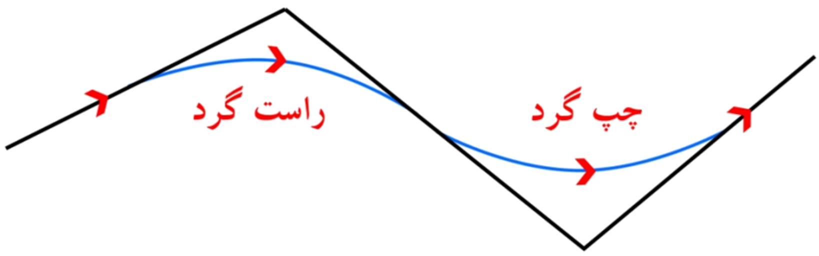
الف- ۴) در بالاترین نقطه‌ی قوس (p) مستقر شد و قوس را پیاده کنیم.

متداول‌ترین روش از روش‌های پیاده سازی قوس به روش قطبی، روش الف- ۱) است. تمامی روش‌های دیگر با

اندکی تغییر در زاویه‌های انحراف (φ) آن‌ها، مثل این روش است.

تشخیص راستگرد یا چپگرد بودن قوس

هنگام حرکت اگر از ابتدای مسیر تا انتهای مسیر قوس سمت راست ناظر قرار گرفته باشد، این قوس را قوس راستگرد می‌گویند و اگر در سمت چپ ناظر قرار گیرد، به آن قوس چپ گرد می‌گویند.



پیاده‌کردن قوس ساده به روش قطبی با استقرار در نقطه‌ی شروع قوس (T.C) و قراولروی[1] به رأس قوس (I)

این روش را با حل یک مثال بیان خواهیم کرد.

مثال) قوس دایره‌ای با $\theta = 80^\circ$ و $R = 300^m$، کیلومتراژ رأس آن $km_I = 1+731$ است، جدول پیاده سازی قوس را برای هر 50^m به 50^m محاسبه کنید.

$$T = R \times Tan(\frac{\theta}{2}) = 300 \times Tan(40) = 251.73$$

$$C = 2 \times R \times Sin(\frac{\theta}{2}) = 2 \times 300 \times sin(40) = 385.672$$

$$BI = T \times Tan(\frac{\theta}{4}) = 251.73 \times Tan(20) = 91.622$$

$$M = R \times (1 - Cos(\frac{\theta}{2}) = 300 \times (1 - Cos(40)) = 70.187$$

$$L = R \times \theta = 300 \times 80 \times \frac{\pi}{180} = 418.879$$

$$km_{T.C} = km_I - T = 1 + 479.27 \qquad l_1 = 20.73$$

$$km_P = km_{T.C} + \frac{L}{2} = 1 + 688.709 \qquad l = 50 \leftrightarrow 7$$

$$km_{C.T} = km_{T.C} + L = 1 + 898.149 \qquad l_2 = 48.149$$

[1] منظور از قراولروی در روش‌های پیاده سازی، نشانه روی به سَمت نقطه مبنا در روش و تنظیم صفر لمب به آن سَمت است.

$$\varphi_i = \frac{l_i}{2R} \times \frac{180}{\pi}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \varphi_i = \frac{\theta}{2}$$

$$\varphi' = \frac{20.73}{2 \times 300} \times \frac{180}{\pi} = 1^{\circ}\, 58'\, 46.45''$$

$$\varphi = \frac{50}{2 \times 300} \times \frac{180}{\pi} = 4^{\circ}\, 46'\, 28.73'' \;\Leftrightarrow\; \sum_{i=1}^{n} \phi_i = \phi_{\max} \Rightarrow 39^{\circ}\, 59'\, 59.97'' \cong 40$$

$$\varphi'' = \frac{48.149}{2 \times 300} \times \frac{180}{\pi} = 4^{\circ}\, 35'\, 52.41''$$

مراحل پیاده سازی قوس:

ابتدا دو طول تانژانت را پیاده کرده سپس نقاط T.C و C.T روی این طول‌ها مشخص کرده و نقطه‌ی میانی کمان (P) با استفاده از مقدار بیسیکتریس (BI) پیاده می شود. زاویه‌یاب روی نقطه‌ی T.C سانتراژ شده و به نقطه‌ی I (رأس قوس) قراولروی می‌شود، سپس برای پیاده‌کردن نقطه‌ی P_1 زاویه‌ی ϕ' را به دوربین بسته و به اندازه‌ی l_1 از پای دوربین در راستای امتداد تلسکوپ دوربین مترکشی می‌شود و نقطه‌ی P_1 را میخ کوبی می‌شود. برای پیاده‌کردن نقطه P_2، زاویه‌ی $\phi' + \phi$ را به دوربین بسته و از نقطه‌ی P_1 به اندازه‌ی l در راستای امتداد تلسکوپ دوربین مترکشی می‌شود، نقطه‌ی P_2 میخ کوبی می‌شود. برای نقطه‌ی سوم نیز به همین شکل ولی مقدار زاویه $\varphi' + 2\varphi$ را بسته. این کار را برای تمامی نقاط انجام دهید، در نهایت، زمانی که زاویه‌ی $\varphi' + n\varphi + \varphi''$ باز می‌شود باید به نقطه‌ی C.T رسید.

شماره نقاط	فاصله‌ی بین نقاط بر حسب متر	کیلومتراژ نقاط	زاویه‌ی انحراف بین نقاط	زاویه‌ی انحراف نسبت به خط مماس TC-I	زاویه‌ی انحراف تصحیح شده نسبت به خط مماس TC-I	زاویه‌ی انحراف نسبت به خط مماس CT-I	زاویه‌ی انحراف تصحیح شده نسبت به خط مماس CT-I
T.C		1+479.27					
	20.73		$1^{\circ}\, 58'\, 46.45''$	$1^{\circ}\, 58'\, 46.45''$			
P1		1+500					
	50		$4^{\circ}\, 46'\, 28.73''$				
P2		1+550					
	50		$4^{\circ}\, 46'\, 28.73''$				
P3		1+600					
	50		$4^{\circ}\, 46'\, 28.73''$				
P4		1+650					
	50		$4^{\circ}\, 46'\, 28.73''$				
P5		1+700					
	50		$4^{\circ}\, 46'\, 28.73''$				

P6		1+750					
	50		$4^\circ 46' 28.73''$				
P7		1+800					
	50		$4^\circ 46' 28.73''$				
P8		1+850					
	48.149		$4^\circ 35' 52.41''$				
C.T		1+898.149					

پیاده‌کردن قوس دایره‌ای ساده به روش قطبی با استقرار در نقطه‌ی پایان قوس (C.T) و قراولروی (صفر ست کردن)به رأس قوس (I)

در این حالت، دوربین زاویه‌یاب روی نقطه‌ی C.T مستقر، به نقطه‌ی I قراولروی و تک تک نقاط (P1,P2,…,Pn) از سمت نقطه‌ی T.C پیاده می‌شوند. تنها تفاوت این روش با روش پیش، در محل استقرار دوربین و محاسبه‌ی زاویه‌های انحراف است. زاویه‌های انحراف به شکل زیر محاسبه می‌شوند:

$$\lambda_1 = 360 - \frac{\theta}{2} + \varphi'$$

$$\lambda_2 = 360 - \frac{\theta}{2} + \varphi' + \varphi$$

$$\lambda_3 = 360 - \frac{\theta}{2} + \varphi' + 2 \times \varphi$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\lambda_n = 360 - \frac{\theta}{2} + \varphi' + n \times \varphi + \varphi'' = 360$$

مسئله عملی:

چنانچه قرار باشد قوس دایره‌ای با مشخصات زیر از نقطه‌ی C.T با قراولروی کردن به نقطه‌ی I، 5^m به 5^m پیاده شود؛ مطلوب است جدول پیاده سازی این قوس.

$$R = 40^m \qquad \theta = 95^\circ\, 30' \qquad km_I = 2 + 143.25$$

محاسبه‌ی دقت یا خطای ناشی از مساوی فرض کردن طول وترهای کوچک با طول کمان‌های آن‌ها

مقدار این خطا از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید.

$$\Delta l_i = l_i - c_i \Rightarrow \Delta L = \frac{L^3}{24R^2}$$

و چنانچه دقت نسبی این عملیات در نظر باشد، خواهیم داشت:

$$\text{دقت نسبی} = \frac{\text{خطای مطلق اندازه‌گیری}}{\text{مقدار کل کمیت اندازه‌گیری شده}} = \frac{\frac{L^3}{24R^2}}{L} \Rightarrow e_r = \frac{L^2}{24R^2}$$

مثال: اگر مقدار طول کمان‌های کوچک (l) را $\frac{1}{20}$ شعاع در نظر بگیریم به چه دقت نسبی خواهیم رسید.

$$e_r = \frac{(\frac{R}{20})^2}{24 \times R} = \frac{R^2}{24 \times 20^2 \times R^2} = \frac{1}{9600} \approx \frac{1}{10000}$$

حال اگر مقدار طول کمان‌های کوچک (l) را $\frac{1}{10}$ شعاع در نظر بگیریم دقت نسبی برابر خواهد بود با :

$$e_r = \frac{(\frac{R}{10})^2}{24 \times R} = \frac{R^2}{24 \times 100 \times R^2} = \frac{1}{2400} \cong \frac{1}{2500}$$

اگر دو حالت بالا با هم مقایسه شوند؛ خواهید دید که دقت نسبی به $\frac{1}{2500}$ کاهش خواهد یافت و دقت چهار برابر کاهش می‌یابد؛ به همین دلیل در پروژه‌های مهم سعی بر آن است که مقدار طول کمان‌های کوچک قوس (l)، $\frac{1}{20}$ شعاع در نظر گرفته شود.

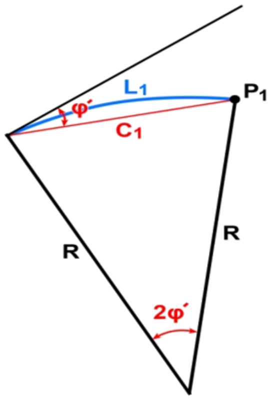
نکته: به طور معمول در کارهای مهندسی در زمین‌های دشت و هموار مقدار l را تا 50^m نیز می‌توان در نظر گرفت در زمین‌های تپه ماهور 30^m و در کوهستان بین 10^m تا 20^m و در کوهستان سخت زیر 10^m اختیار می‌شود. البته، فراموش نشود در شعاع‌های بزرگ این گونه است.

بدست آوردن طول وترهای کوتاه بجای طول کمان و رفع خطای ناشی از فرض برابری طول کمان کوتاه با طول وترهای کوتاه:

همان گونه که مشاهده شد برای بدست آوردن زاویه‌های انحراف (φ_i) از طول کمان (l_i) استفاده می‌شود، اما در عمل، پس از باز کردن زاویه‌ی انحراف (φ_i) طول وتر کوچک به جای طول کمان استفاده می‌شود. حال برای رفع این مشکل یک مرحله به محاسبات باید اضافه شود، یعنی پس از محاسبه‌ی $\varphi'', \varphi, \varphi', l_2, l, l_1$ باید c_2, c, c_1 محاسبه شوند و بجای l_2, l, l_1 مقادیر c_2, c, c_1 مترکشی شود.

$$L = R \times \theta \qquad , \qquad \theta = 2\varphi \Rightarrow L = R \times 2 \times \varphi \Rightarrow \varphi_i = \frac{l_i}{2R}$$

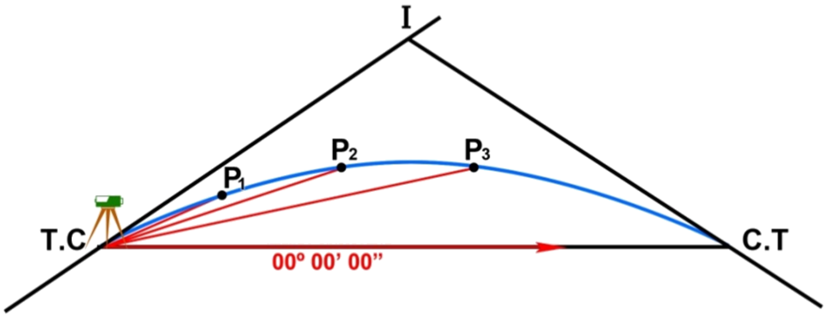
$$C = 2 \times R \times Sin(\frac{\theta}{2}) \qquad , \qquad \theta = 2\varphi \Rightarrow c_i = 2 \times R \times Sin(\varphi_i)$$



در نتیجه، پس از محاسبه‌ی تمامی پارامترهای قوس، مقادیر طول وترهای کوتاه نیز محاسبه می‌شود؛ و از آن‌ها جهت پیاده‌کردن قوس کمک گرفته می‌شود.

پیاده‌کردن قوس دایره‌ای ساده به روش قطبی با ا ستقرار در نقطه‌ی شروع قوس (T.C) و قراولروی به انتهای قوس (C.T)

این روش تنها در محاسبه‌ی زاویه‌ی انحراف متفاوت ا ست. در این حالت محا سبه‌ی زاویه‌ی انحراف مانند روش پیش $\xrightarrow{00} C.T$ می‌باشد.



$$\lambda_1 = 360 - \frac{\theta}{2} + \varphi'$$

$$\lambda_2 = 360 - \frac{\theta}{2} + \varphi' + \varphi$$

$$\lambda_3 = 360 - \frac{\theta}{2} + \varphi' + 2 \times \varphi$$

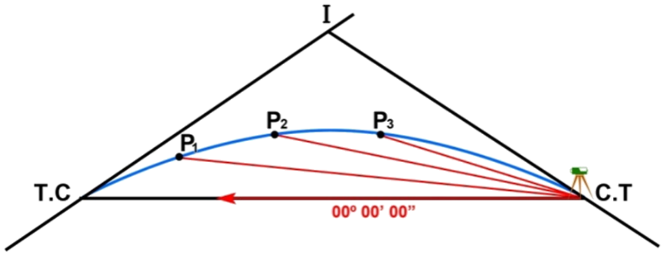
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\lambda_n = 360 - \frac{\theta}{2} + \varphi' + n \times \varphi + \varphi'' = 360$$

پیاده‌کردن قوس دایره‌ای ساده به روش قطبی با ا ستقرار در نقطه‌ی انتهای قوس (C.T) و قراولروی به نقطه‌ی شروع قوس (T.C)

همانند روشی است که زاویه‌یاب در نقطه‌ی شروع قرار می‌گرفت و به رأس قوس قراولروی می‌شود.

$$\phi' = \frac{l_1}{2R} \times \frac{180}{\pi}$$
$$\phi = \frac{l}{2R} \times \frac{180}{\pi}$$
$$\phi'' = \frac{l_2}{2R} \times \frac{180}{\pi}$$



پیاده‌کردن قوس دایره‌ای ســاده به روش قطبی با اســتقرار در رأس قوس (I) و قراولروی به شــروع قوس (T.C)

ابتدا مانند تمامی روش‌های دیگر پارامترهای زیر محاسبه می‌شود.

T,BI, M, L, C, km$_{T.C}$, km$_P$, km$_{C.T}$,
$\varphi', \varphi, \varphi'', l_1, l, l_2$

1) $\alpha_i = Tan^{-1}(\frac{\Delta y_i}{\Delta x_i})$

2) $D_i = \sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2}$

$\Delta y_1 = R - R \times Cos(2\varphi') \Rightarrow$
3)$\Delta y_1 = R \times (1 - Cos(2\varphi'))$

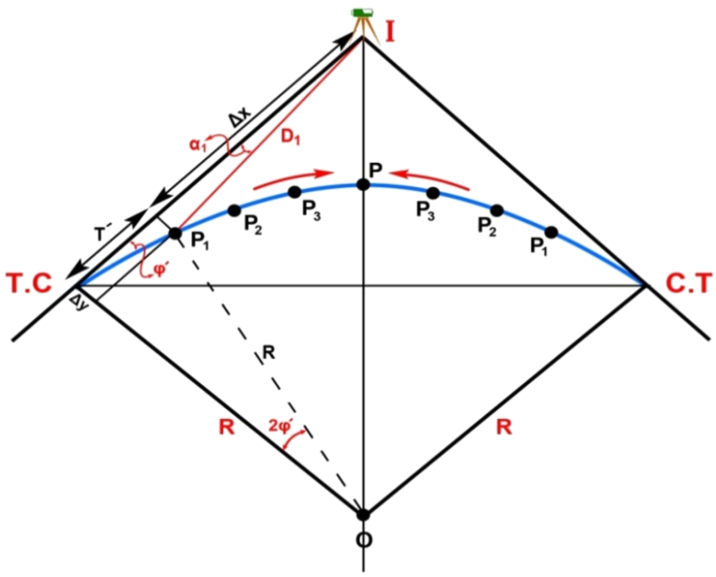
$\Delta x_1 = T - T' \quad , \quad T' = R \times Sin(2\varphi') \Rightarrow$

4)$\Delta x_1 = R \times (Tan(\frac{\theta}{2}) - Sin(2\varphi'))$

$\Delta x_2 = R \times (Tan(\frac{\theta}{2}) - Sin(2(\varphi' + \varphi)))$

$\Delta y_2 = R \times (1 - Cos(2(\varphi' + \varphi)))$

$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$



پس از محاســـبه‌ی مقادیر $\Delta y_1, \Delta x_1$ از رابطه‌های 3 و 4 آن‌ها در رابطه‌های 1 و 2 قرار داده می‌شـــود تا مقدار α_1, D_1 بدست آید.

برای پیاده‌سازی نقطه‌ی اول، زاویه‌یاب روی رأس قوس مستقر شده و به نقطه‌ی شروع قوس قراولروی می‌شود سپس برای پیاده‌کردن نقطه‌ی P_1 زاویه‌ی $360 - \alpha_1$ به زاویه‌یاب ب ستـه، در امتداد این زاویه از پای دوربین به طول D_1 مترکشی شده و نقطه‌ی P_1 میخ کوبی می شود. برای پیاده‌کردن نقطه‌ی بعدی در رابطه بجای مقدار φ' مقدار $\varphi' + \varphi$ قرار می‌گیرد و D_2, α_2 به همان روشی که گفته شد پیاده می‌شوند. برای نقاط بعدی نیز به همین ترتیب عمل می‌شود. در نهایت، جدولی برای پیاده سازی نقاط قوس از رأس قوس تنظیم خواهد شد که شامل طول‌ها (D_i) و زاویه‌هایی (α_i) پیاده سازی نقاط قوس است.

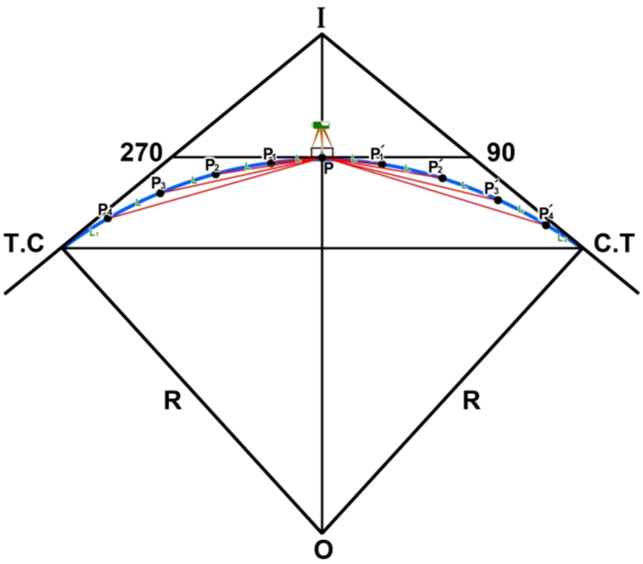
P_i	ΔX_i	ΔY_i	D_i	α_i
P₁				
P₂				
P₃				
P₄				
P₅				
Pₙ				
C.T				

مسئله عملی:

چنانچه قرار با شد قوس دایره‌ای ساده‌ای به روش قطبی از رأس قوس 7^m به 7^m پیاده شود و مشخصات این قوس به شرح زیر می‌باشد مطلوب است جدول پیاده سازی آن.

$km_I = 1+156.58^m \qquad R = 40^m \qquad \theta = 90^0 30'$

پیاده‌کردن قوس دایره‌ای ساده به روش قطبی با مستقر شدن در بالاترین نقطه‌ی قوس و قراولروی به رأس قوس:



در این روش همانند روش های پیشین تمامی پارامترهای قوس محاسبه و سپس نقاط اصلی قوس (I,C.T, T.C, P) پیاده می‌شوند.

برای پیاده‌کردن قوس روی نقطه‌ی P مستقر و به نقطه‌ی I قراولروی می‌شود، حال برای پیاده‌کردن نقاط قوس در نیمه‌ی شرقی (p') مقدار φها با 90 درجه جمع می‌شوند. برای مثال، نقطه‌ی P_1' بستن زاویه‌ی $90+\varphi$ و مترکشی از پای دوربین به اندازه‌ی l_1 و نقطه‌ی P_2' بستن زاویه‌ی $90+\varphi\times 2$ و مترکشی از نقطه‌ی P_1' به اندازه‌ی l و ...

برای پیاده‌کردن نقاط قوس در نیمه‌ی غربی (P) مقدار 270 درجه از مقادیر φ کم می‌شود. برای مثال، برای پیاده سازی نقطه‌ی P_1، بستن زاویه‌ی $270-\varphi$ و مترکشی به اندازه‌ی l_1 از پای دوربین و برای نقطه‌ی P_2 بستن زاویه‌ی $270-2\varphi$ و مترکشی از نقطه‌ی پیشین (P_1) به اندازه‌ی l و ...

جهت کنترل باید مجموع زاویه‌های انحراف هر نیم قوس $\frac{\theta}{4}$ گردد. $(\sum_{i=1}^{n}\phi_i = \frac{\theta}{4})$

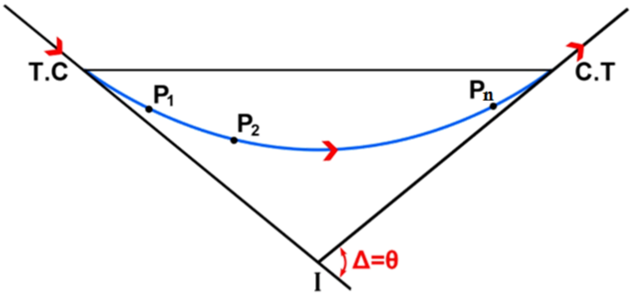
مثال: جدولی جهت پیاده سازی قوس دایره‌ای ساده از روی بالاترین نقطه‌ی قوس و با صفر صفر کردن به رأس

قوس ایجاد کنید. مشخصات قوس به شرح زیر می‌باشد. (قوس 30^m به 30^m پیاده شود)

$$R = 150^m \qquad \Delta = \theta = 80^g \qquad km_I = 13 + 420.34$$

پیاده‌کردن قوس‌های دایره‌ای ساده چپگرد به روش‌های قطبی

تا کنون تمام موضوع‌های مورد بحث، در مورد قوس‌های راستگرد بوده است. قوس چپگرد قوسی است که رأس آن در سمت راست و مرکز آن در سمت چپ واقع گردد دقیقاً برخلاف قوس راستگرد.



حالت اول: در نقطه‌ی T.C مستقر و به I قراولروی شود.

متركشی از نقطه‌ی T.C به اندازه‌ی L_1 — $\lambda_1 = 360 - \varphi'$

متركشی از نقطه‌ی P_1 به اندازه‌ی L — $\lambda_2 = 360 - \varphi' + \varphi$

اما اگر در همین شرایط بخواهیم نقاط قوس از نقطه‌ی C.T پیاده شود.

متركشی از نقطه‌ی C.T به اندازه‌ی L_2 — $\lambda_1 = 360 - \dfrac{\theta}{2} + \varphi''$

متركشی از نقطه‌ی P_n به اندازه‌ی L — $\lambda_2 = 360 - \dfrac{\theta}{2} + \phi'' + \phi$

حالت دوم: در نقطه‌ی C.T مستقر و به نقطه‌ی I قراولروی شود.

متركشی از نقطه‌ی T.C به اندازه‌ی L_1 — $\lambda_1 = \dfrac{\theta}{2} - \varphi'$

متركشی از نقطه‌ی P_1 به اندازه‌ی L — $\lambda_2 = \dfrac{\theta}{2} - \varphi' + \varphi$

اما اگر در همین شرایط بخواهیم نقاط قوس از نقطه‌ی C.T پیاده شود.

متركشی از نقطه‌ی C.T به اندازه‌ی L_2 — $\lambda_1 = \phi''$

متركشی از نقطه‌ی P_n به اندازه‌ی L — $\lambda_2 = \varphi'' + \varphi$

حالت سوم: در نقطه‌ی T.C مستقر و به نقطه‌ی C.T قراولروی شود.

متركشی از نقطه‌ی C.T به اندازه‌ی L — $\lambda_1 = \dfrac{\theta}{2} - \phi'$

متركشی از نقطه‌ی P_1 به اندازه‌ی L — $\lambda_2 = \dfrac{\theta}{2} - \varphi' + \varphi$

اما اگر در همین شرایط بخواهیم نقاط قوس از نقطه‌ی C.T پیاده شود.

متر کشی از نقطه‌ی C.T به اندازه‌ی L2 $\lambda_1 = \phi''$

متر کشی از نقطه‌ی Pn به اندازه‌ی L $\lambda_2 = \phi'' + \phi$

حالت چهارم: چنانچه در نقطه‌ی C.T مستقر و به نقطه‌ی T.C قراولروی شود.

متر کشی از نقطه‌ی T.C به اندازه‌ی L1 $\lambda_1 = 360 - \varphi'$

متر کشی از نقطه‌ی P1 به اندازه‌ی L $\lambda_2 = 360 - \phi' + \phi$

اما اگر در همین شرایط بخواهیم نقاط قوس از نقطه‌ی C.T پیاده شود.

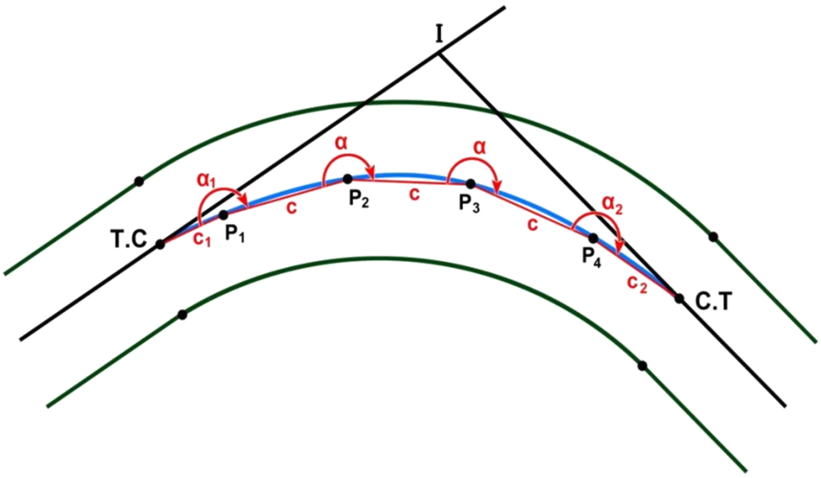
متر کشی از نقطه‌ی C.T به اندازه‌ی L2 $\lambda_1 = 360 - \dfrac{\theta}{2} + \varphi''$

متر کشی از نقطه‌ی Pn به اندازه‌ی L $\lambda_2 = 360 - \dfrac{\theta}{2} + \phi'' + \phi$

پیاده‌کردن قوس با وجود مانع

الف) پیاده‌کردن قوس دایره‌ای ســاده با وجود مانع دید (پیاده‌کردن قوس با قرار گیری بر روی نقاط خود قوس) :

در برخی مواقع، به دلیل وجود مانع دید نمی‌توان از یک ایستگاه اقدام به پیاده‌سازی کل قوس کرد و به اجبار باید روی نقاط خود قوس مستقر شد که دید لازم را داشته باشد. برای مثال؛ در تونل‌ها و یا در شرایطی که یک عارضه مانند ساختمان مانع دید است.

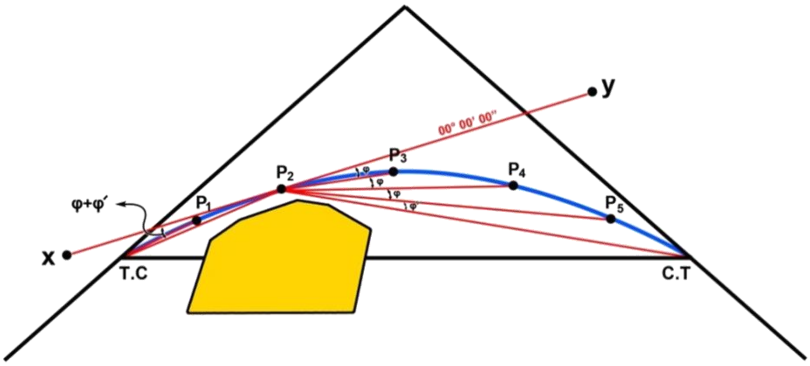


روش A

$$C_1 = 2 \times R \times Sin(\varphi')$$
$$C = 2 \times R \times Sin(\varphi)$$
$$C_2 = 2 \times R \times Sin(\varphi'')$$
$$\alpha_1 = \varphi' + \varphi + 180$$
$$\alpha = \varphi + \varphi + 180 = 2\varphi + 180$$
$$\alpha_2 = \varphi + \varphi'' + 180$$

C : طول وترهای کوچک

روش B



در این روش، تا حد امکان نقاط پیاده می شوند سپس روی آخرین نقطه‌ی پیاده شـــده رفته، به نقطه‌ی T.C قراولروی کرده و به اندازه‌ی مجموع زاویه های انحرافی که پیاده شـــده زاویه‌یاب را بســـته و نقطه‌ی x ایجاد می‌شود سپس 180 درجه لمب افقی دوربین را چرخانده و نقطه‌ی y ایجاد می‌شـــود. حال نقطه‌ی y همانند نقطه‌ی I عمل می‌کند، پس به y قراولروی کرده و زاویه‌های انحراف بعدی را باز کرده و نقاط بعدی را پیاده می‌شوند.

مسئله عملی:

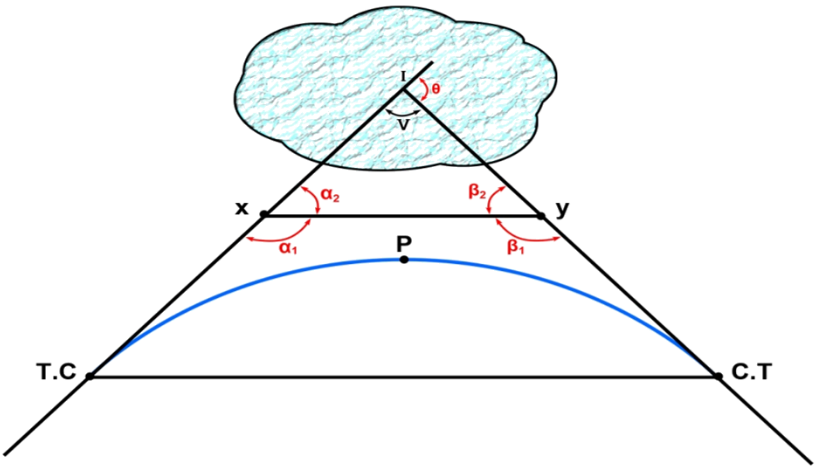
قوس دایره‌ای ساده‌ای با مشخصات زیر موجود است، به دلیل وجود مانع قرار است با استقرار روی نقاط قوس (روش B) 7^m به 7^m پیاده شود. مطلوب است جدولی جهت پیاده سازی این قوس.

$$R = 200^m \quad \Delta = 31^0 \;\; 50' \qquad km_{T.C} = 1+194.3^m$$

ب) پیاده‌کردن قوس دایره‌ای ساده با وجود مانع دید در رأس قوس:

اگر مانع در رأس قوس قرار داشته باشد، نمی‌توان تشخیص داد که از کجا به اندازه‌ی طول تانژانت‌ها اندازه‌گیری شود تا به نقاط T.C , C.T رسید.

در چنین شـــرایطی، دو نقطه مانند x و y روی دو امتداد مماس ورودی و خروجی در نظر گرفته و میخ کوبی می شوند. فاصله‌ی بین نقاط x و y بـه دقـت و بـه صـــورت افقی انـدازه‌گیری می‌شـــونـد ســـپس زاو یه یاب به ترتیب روی این دو نقطـه قرار می‌گیرد و زاویـه‌هـای β_1, α_1 قرائت می‌شوند.



حال می‌توان با اســـتفاده از روابط مثلثـات طول‌هـای $\overline{x-T.C}$ و $\overline{y-C.T}$ را محاســـبه کرد و در نهایت، نقاط شروع و پایان قوس را پیاده کرد.

$$\alpha_2 = 180 - \alpha_1 \quad , \quad \beta_2 = 180 - \beta_1 \quad , \quad \frac{Sin(v)}{\overline{xy}} = \frac{Sin(\beta_2)}{\overline{xI}} \Rightarrow$$

$$\overline{xI} = \frac{\overline{xy} \times Sin(\beta_2)}{Sin(v)} \quad , \quad \frac{Sin(v)}{\overline{xy}} = \frac{Sin(\alpha_2)}{\overline{yI}} \Rightarrow \overline{yI} = \frac{\overline{xy} \times Sin(\alpha_2)}{Sin(v)}$$

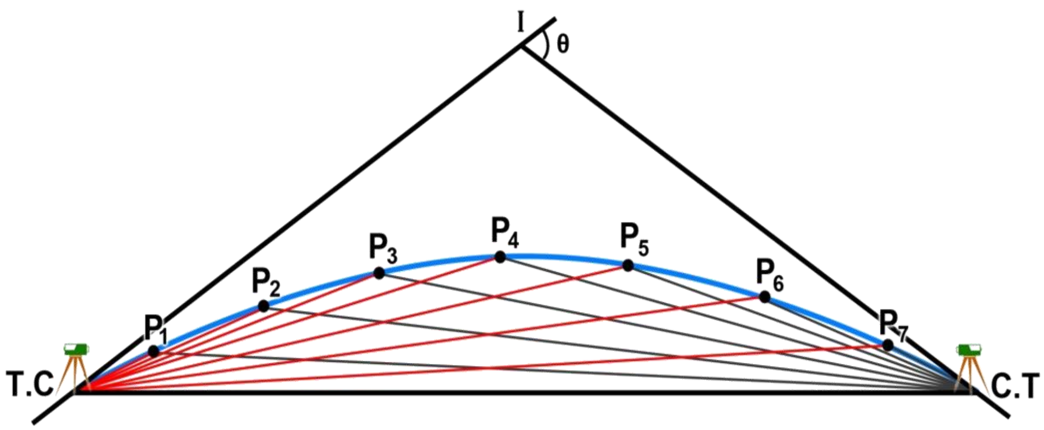
$$\Rightarrow T = R \times Tan(\frac{\theta}{2}) \quad , \quad \overline{x - T.C} = T - \overline{xI} \quad , \quad \overline{y - C.T} = T - \overline{yI}$$

مثال: اگر رأس قوس دایره‌ای ساده‌ای از بین رفته و تنها دو نقطه روی طول‌های مماس باقی مانده با شد (Tp_1 , Tp_2) و فا صله‌ی بین آن‌ها 50^m با شد، محا سبه کنید که از هر نقطه چقدر باید در را ستای خطوط م ستقیم اندازه‌گیری شود تا به نقاط شروع و پایان قوس رسید. (فاصله‌ی نقاط Tp_1 , Tp_2 از رأس به یک اندازه است)

$R = 200^m \quad \Delta = 90^0$

ب) پیاده‌کردن قوس دایره‌ای ساده به روش دو قطبی

در این روش دو زاویه‌یاب بدون اســتفاده از متر بکار می‌رود که دارای دقت بالایی اســت و بیشــتر در مناطق کوهســتانی که عملیات مترکشــی دشــوار و نســبتاً بی دقت اســت، اســتفاده می‌شــود. برای انجام این روش دو زاویه‌یاب می‌تواند یکی در T.C و دیگری در C.T مســتقر شــود و یا در حالت دیگر، می‌توان یکی از زاویه‌یاب‌ها در رأس قوس I قرار داد که در دو حالت اجرا یکسان بوده و تنها در محاسبات متفاوت است. پیش‌تر روش‌های گوناگون محاسباتی از نقاط مختلف قوس فرا گرفته شد؛ لذا، به یکی از حالت‌ها که دو زاویه‌یاب در نقاط C.T , T.C مستقر هستند و هر دو به نقطه‌ی I قراولروی می‌شوند، پرداخته می‌شود.



شماره نقاط	فاصله‌ی بین نقاط	کیلومتراژ نقاط	زاویه‌ی انحراف	زاویه‌ی انحراف نسبت به خط مماس $\overline{\text{TC-I}}$	زاویه‌ی انحراف تصحیح شده نسبت به خط مماس $\overline{\text{TC-I}}$	زاویه‌ی انحراف نسبت به خط مماس $\overline{\text{CT-I}}$	زاویه‌ی انحراف تصحیح شده نسبت به خط مماس $\overline{\text{CT-I}}$
T.C		KMT.C					
	L1						
P1		KMP1	ϕ'	φ'	$\phi' \pm \varepsilon$	$360-\frac{\theta}{2}+\varphi'$	$360-\frac{\theta}{2}+\phi' \pm \varepsilon$
	L						
P2		KMP2	φ	$\phi'+\phi$	$\varphi'+\varphi \pm \varepsilon$	$360-\frac{\theta}{2}+\phi'+\phi$	$360-\frac{\theta}{2}+\varphi'+\varphi \pm \varepsilon$
	L						
P3		KMP3	ϕ	$\varphi'+2\varphi$	$\phi'+2\phi \pm \varepsilon$	$360-\frac{\theta}{2}+\varphi'+2\varphi$	$360-\frac{\theta}{2}+\phi'+2\phi \pm \varepsilon$
	L						
P4		KMP4	φ	$\phi'+3\phi$	$\varphi'+3\varphi \pm \varepsilon$	$360-\frac{\theta}{2}+\phi'+3\phi$	$360-\frac{\theta}{2}+\varphi'+3\varphi \pm \varepsilon$
	L						
P5		KMp5	ϕ	$\varphi'+4\varphi$	$\phi'+4\phi \pm \varepsilon$	$360-\frac{\theta}{2}+\varphi'+4\varphi$	$360-\frac{\theta}{2}+\phi'+4\phi \pm \varepsilon$
	L						
P6		KMP6	φ	$\phi'+5\phi$	$\varphi'+5\varphi \pm \varepsilon$	$360-\frac{\theta}{2}+\phi'+5\phi$	$360-\frac{\theta}{2}+\varphi'+5\varphi+\varphi \pm \varepsilon$
	L2						
C.T		KMc.T	ϕ''	$\phi'+6\phi+\phi''$	$\frac{\theta}{2}$	$360-\frac{\theta}{2}+\phi'+5\phi+\phi''$	360

مسئله عملی:

قوس دایره‌ای ساده‌ای داریم می‌خواهیم آن را به روش دو قطبی از نقاط شروع قوس (T.C) و رأس قوس I پیاده کنیم. 7^m به 7^m

$$R=100 \quad \theta=48^0 30'$$
$$KMI=1+250.13$$

ج) پیاده‌کردن قوس دایره‌ای ساده به روش افست[1]

در این روش، از متر و با اســـتفاده از طول و عرض یا y و x، نقاط قوس پیاده می‌شـــوند. اجرای این روش در قوس‌هایی با شعاع کوچک، در مناطق روستایی، پارک‌ها و یا مانند این‌ها اجرا می‌شود که به چند روش می‌توان آن‌ها را اجرا کرد؛ دو روش متداول آن به شرح زیر می‌باشد.

۱) با استفاده از وتر بزرگ قوس

۲) با استفاده از طول تانژانت یا خط مماس قوس

۱) پیاده‌کردن قوس دایره ساده به روش افست با استفاده از وتر بزرگ قوس:

بر اساس شکل در این روش نیمی از قوس از نقطه‌ی D (وسط وتر بزرگ) به سمت چپ و نیم دیگر از نقطه‌ی D به سمت راست پیاده می‌شود؛ در واقع، مبدأ مختصات نقطه‌ی D می‌باشد. جهت بدست آوردن مقادیر x و y برای هر نقطه می‌توان از روابط زیر بهره برد. در این حالت، مقدار x به صـورت دلخواه اسـت مثلاً 7^m به 7^m، ولی مقدار y را باید نسبت به مقدار x محاسبه کرد.

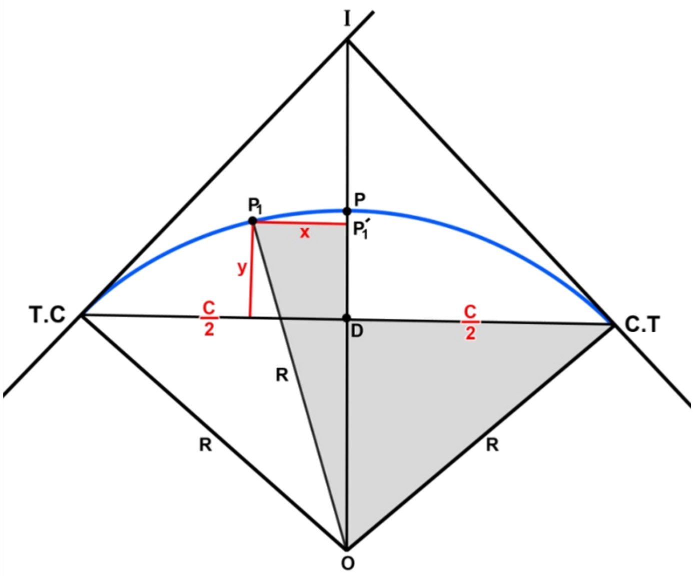
$$y = \overline{P_1'.O} - \overline{D.O}$$

$$\Delta O.P_1.P_1' \Rightarrow \overline{P_1'.O} = \sqrt{R^2 - x^2}$$

$$\Delta O.D.CT \Rightarrow \overline{D.O} = \sqrt{R^2 - (\frac{C}{2})^2}$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{R^2 - x^2} - \sqrt{R^2 - (\frac{C}{2})^2}$$

$$M = R(1-\cos(\frac{\theta}{2})) = R - \sqrt{R^2 - (\frac{C}{2})^2}$$



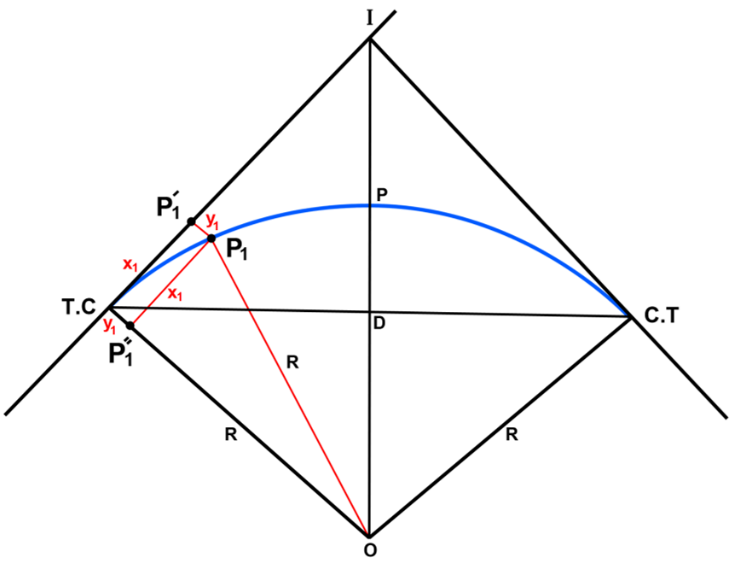
شماره نقاط	X	Y

---

[1] Offset

۲) پیاده‌کردن قوس دایره‌ای ساده به روش افست با استفاده از طول تانژانت:

در این روش، نیمی از قوس با طول تانژانت ورودی نیمه دیگر قوس به کمک طول تانژانت خروجی پیاده می شود. همچنین در این روش مبدأ به ترتیب در نقاط C.T وT.C واقع شده و محور xها در نیمه اولی قوس جهت T.C به I و در نیمه دوم جهت C.T به I خواهد بود و محور yها عمود بر این امتداد در نقاط مختلف خواهد بود.



$$y = R - \overline{O.P_1''}$$

$$\Delta O.P_1.P_1'' \Rightarrow O.P_1'' = \sqrt{R^2 - x^2}$$

$$\Rightarrow y = R - \sqrt{R^2 - x^2}$$

$$X_P = R \times \sin(\frac{\theta}{2}) = T - BI \times \sin(\frac{\theta}{2}) = \frac{C}{2}$$

$$Y_P = R - R \times \cos(\frac{\theta}{2}) = BI \times \cos(\frac{\theta}{2}) = M$$

مثال: چنانچه قرار باشد یک قوس دایره‌ای ساده را ۵۰ متر به ۵۰ متر به هر دو روش offset پیاده شود؛ مطلوب است محاسبه و تهیه‌ی جدول‌های جهت پیاده‌کردن آن‌ها به هر دو روش.

$R = 300 \qquad \Delta = 85^\circ 15' \qquad km_I = 10 + 137.12$

$$\mathrm{T = R \times Tan(\frac{\theta}{2}) = 300 \times Tan(\frac{85^\circ 15'}{2}) = 276.106^m}$$

$$\mathrm{C = 2 \times R \times Sin(\frac{\theta}{2}) = 2 \times 300 \times sin(\frac{85^\circ 15'}{2}) = 406.318^m}$$

$$\mathrm{BI = T \times Tan(\frac{\theta}{4}) = 276.106 \times Tan(\frac{85^\circ 15'}{4}) = 107.719}$$

$$M = R\times(1-Cos(\frac{\theta}{2})) = 300\times(1-Cos(\frac{85^\circ 15'}{2})) = 79.259^m$$

$$L = R\times\theta = 300\times 85^\circ 15'\times\frac{\pi}{180} = 446.368^m$$

$km_{T.C} = km_I - T = 9+861.014$ $\quad\quad l_1 = 38.986^m$

$l = 50^m \leftrightarrow 8$

$km_{C.T} = km_{T.C} + L = 10+307.382$ $\quad\quad l_2 = 7.382^m$

$$\varphi' = \frac{38.986}{2\times 300}\times\frac{180}{\pi} = 3^\circ\ 43'22.34"$$

$$\varphi = \frac{50}{2\times 300}\times\frac{180}{\pi} = 4^\circ\ 46'28.73" \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n}\phi_i = \phi_{max} \Rightarrow 42^\circ\ 37'30"$$

$$\varphi'' = \frac{7.382}{2\times 300}\times\frac{180}{\pi} = 0^\circ\ 42'17.79"$$

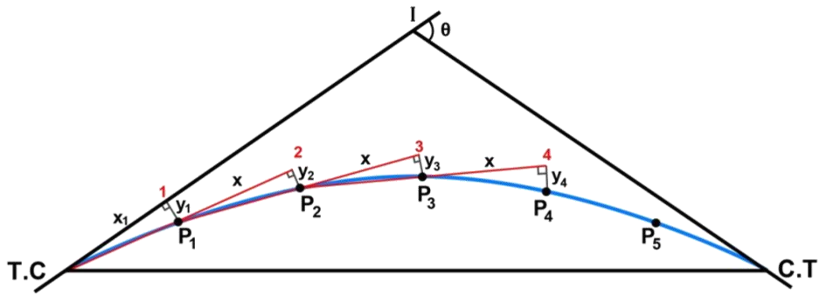
$C_i = 2\times R\times\sin(\sum\varphi_i)$ $\quad\quad X_i = C_i\times\cos(\sum\varphi_i)$

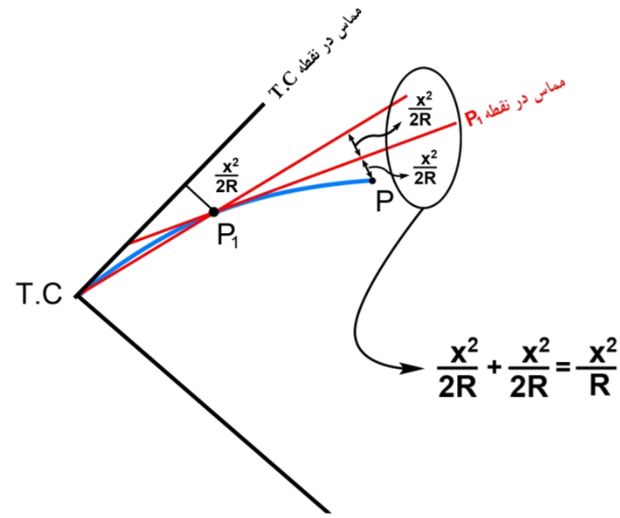
شماره نقاط	l_i	φ_i	C_i	X_i	Y_i
1	38.986^m	$3^\circ\ 43'22.34"$	38.958^m	38.876^m	2.530^m
2	50^m	$4^\circ\ 46'28.73"$	88.660^m	87.690^m	13.101^m
3	50^m	$4^\circ\ 46'28.73"$	137.746^m	134.067^m	31.623^m
4	50^m	$4^\circ\ 46'28.73"$	185.876^m	176.732^m	57.583^m
5	50^m	$4^\circ\ 46'28.73"$	232.717^m	369.476^m	84.33^m
6	50^m	$4^\circ\ 46'28.73"$	277.941^m	246.322^m	128.753^m
7	50^m	$4^\circ\ 46'28.73"$	321.238^m	271.317^m	171.990^m
8	50^m	$4^\circ\ 46'28.73"$	362.304^m	288.794^m	218.774^m
9	50^m	$4^\circ\ 46'28.73"$	400.856^m	298.268^m	267.809^m
10	7.382^m	$0^\circ\ 42'17.79"$	406.318^m	298.970^m	275.158^m

همان گونه که در اوایل همین فصل گفته شد، بجز سه روش قطبی، دو قطبی و آفست دو روش دیگر نیز برای پیاده‌کردن قوس وجود دارد که به شرح آن‌ها پرداخته می‌شود.

د) پیاده‌کردن قوس دایره‌ای ساده با وترهای متوالی

در این روش نیز ابتدا تمامی پارامترهای قوس محاسبه و دوربین در نقطه‌ی T.c مستقر شده سپس به I قراولروی می شود. در این را ستا به اندازه‌ی x_1 مترکشی کرده تا نقطه‌ی 1 ایجاد شود سپس از نقطه‌ی 1 بر راستای T.C-I عمودی به طول $\frac{x_1^2}{2R}$ اخراج می شود. تا به نخستین نقطه‌ی قوس (P1) رسید. حال باید در راستای P_1-T.C از نقطه‌ی P1 به اندازه‌ی X جلو می‌رویم و به نقطه‌ی 2 رسید سپس دوربین به نقطه‌ی 2 رفته و به نقطه‌ی قبلی (P_1) قراولروی شود و از نقطه‌ی 2 بر امتداد P_1-T.C به طول $\frac{x^2}{R}$ عمودی اخراج گردد. تا دومین نقطه‌ی قوس (P_2) پیاده شود. حال باید مرحله پیش تکرار گردد تا تمامی نقاط قوس پیاده شوند.

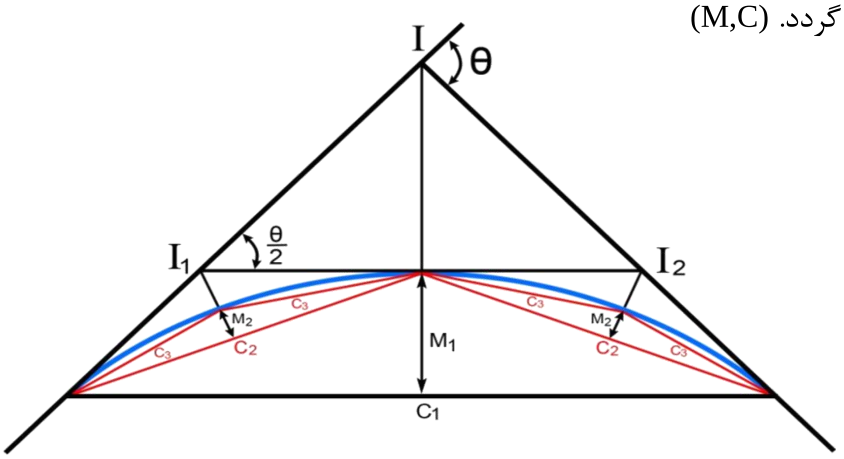




نکته: دلیل وجود زاویه‌ی $\frac{x^2}{2R}$ آن است که، تنها امتداد نخست (تانژانت)، بر نقطه مماس است.

ه) پیاده‌کردن قوس به کمک عمود منصف‌های وترهای کوچک

در این روش نیز مانند روش‌های پیش ابتدا تمامی پارامترهای قوس بجز φ و l محا سبه می شود. در این روش برای هر نقطه دو پارامتر باید محاسبه گردد. (M,C)



نقاط درجه‌ی یک

$$C_1 = 2\times R\times Sin(\frac{\theta}{2})$$

$$M_1 = R\times(1-Cos(\frac{\theta}{2}))$$

نقاط درجه‌ی دوم

$$C_2 = 2 \times R \times Sin(\frac{\theta}{4})$$

$$M_2 = R \times (1 - Cos(\frac{\theta}{4}))$$

نقاط درجه‌ی چهارم

$$C_4 = 2 \times R \times Sin(\frac{\theta}{16})$$

$$M_4 = R \times (1 - Cos(\frac{\theta}{16}))$$

نقاط درجه‌ی سوم

$$C_3 = 2 \times R \times Sin(\frac{\theta}{8})$$

$$M_3 = R \times (1 - Cos(\frac{\theta}{8}))$$

مسئله عملی:

مطلوب ا ست محا سبه‌ی قوس دایره‌ای ساده‌ای را به روش عمود من صفهای وترها تا درجه‌ی چهارم و پیاده سازی آن تا درجه‌ی سوم.

$R = 70^m \quad \theta = 28^0 10' \quad km_I = 1+124.94$

فصل ۳

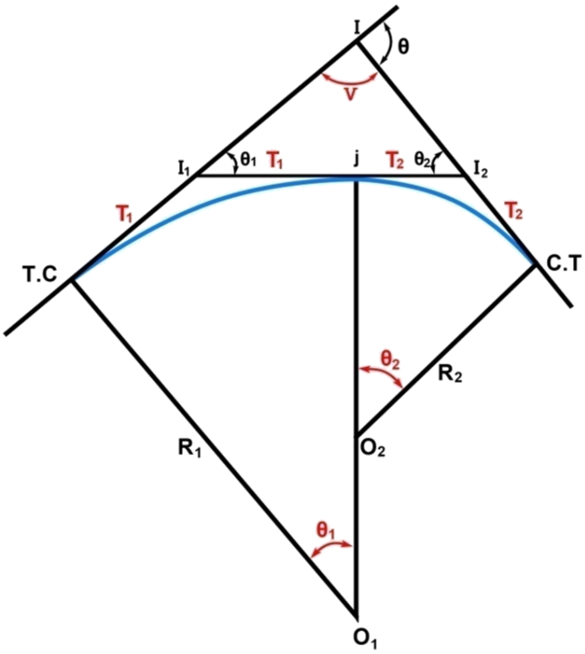
قوس مرکب

الف) قوس مرکب مستقیم

این نوع قوس‌ها از دو یا سه و یا چهار قوس دایره‌ای ساده تشکیل شده که تمام مراکز آن‌ها در یک سمت قرار دارد. این گونه قوس‌ها بیشتر در راه آهن و بزرگراه‌ها استفاده می‌شود.

اِشکالی که در این نوع قوس‌ها (قوس‌های مرکب) دیده می شود، این است که در نقاط تماس مشترک دایره‌ها تغییرات آنی شیب عرضی (dever) و تغییر انحنا منحنی‌ها را خواهید داشت از این رو، در طراحی قوس‌های مرکب که بیشتر دو دایره‌ای آن متداول است شعاع قوس کوچک‌تر باید از $\frac{2}{3}$ شعاع قوس بزرگ‌تر کمتر نباشد، یعنی اگر شعاع قوس دایره‌ای بزرگ‌تر 300^m باشد، حداقل شعاع قوس دایره کوچک‌تر باید 200^m انتخاب شود. همچنین، در طراحی این نوع قوس‌ها، طول قوس کلی نباید از 150^m کمتر شود.

همواره سعی بر این است که با هزینه‌ی کمتر بجای قوس مرکب از یک قوس دایره‌ای ساده با شعاع بزرگ‌تر استفاده شود. شکل زیر یک قوس دایره‌ای مرکب دو مرکزی با دو شعاع متفاوت و همچنین محاسبات مربوط به آن را نشان می‌دهد.



$$\theta = \theta_1 + \theta_2$$

همان گونه که در شکل نیز دیده می‌شود، این قوس دارای دو طول تانژانت نامساوی است، پس:

$$T_1 = R_1 \times Tan(\frac{\theta_1}{2}) \qquad T_2 = R_2 \times Tan(\frac{\theta_2}{2}) \quad \Rightarrow \overline{I_1I_2} = T_1 + T_2$$

برای بدست آوردن کیلومتراژ نقطه‌ی شروع و پایان قوس به طول‌های $\overline{I_2I}, \overline{I_1I}$ نیاز است که با استفاده از روابط ساده‌ی سینوسی قابل محاسبه است. پس از محاسبه‌ی کیلومتراژهای نقاط شروع و پایان قوس تمامی پارامترهای دو قوس محاسبه و در دو جدول آورده می شود. برای کنترل زاویه‌های انحراف محاسبه شده، باید زاویه‌ها در معادله‌ی زیر صدق کند.

$\sum_{i=1}^{n}\varphi_i=\frac{\theta_1}{2}$ در قوس اول $\sum_{i=1}^{n}\varphi_i=\frac{\theta_2}{2}$ در قوس دوم

روش پیاده‌کردن قوس مرکب مشابه روش‌های پیاده‌کردن قوس دایره‌ای ساده است زیرا قوس مرکب همان قوس دایره‌ای است، اما با تعداد بیشتر.

مسئله عملی:

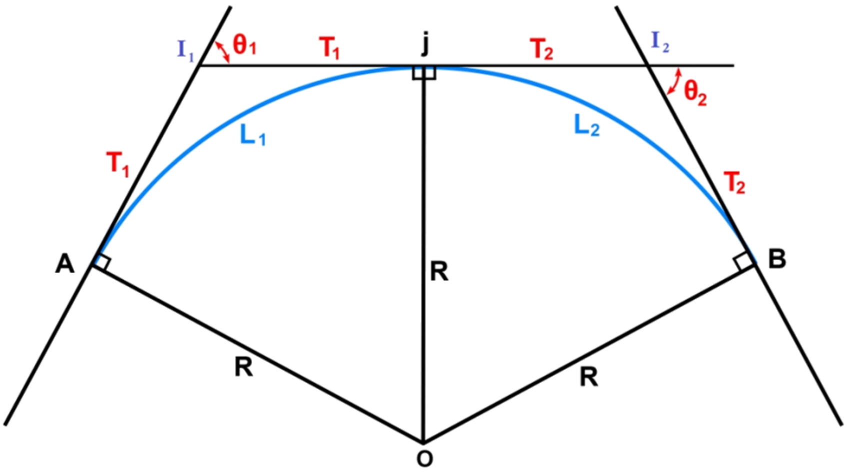
اگر قرار باشد در مسیری از قوسی مرکب که دارای دو قوس دایره‌ای ساده با مشخصات $R_1=49.5^m$ ،$\theta_1=55^\circ$ و $R_2=35^m$, $\theta_2=70^\circ$ است استفاده شود، مطلوب است جدولی جهت پیاده سازی این قوس به گونه‌ای که قوس نخست آن 5^m به 5^m و قوس دوم آن 4^m به 4^m از نقطه‌ی J پیاده شود.

$km_I=1+125.51$

حالت ویژه‌ی قوس دایره‌ای مرکب مستقیم

می‌توان قوس دایره‌ای مرکب مستقیم را از دو قوس دایره‌ای ساده با شعاع یکسان طراحی کرد که دارای نقطه‌ای مشترک در محل اتصال دو تانژانت (j) باشد. از این نوع قوس بیشتر در مناطقی که فاصله‌ی بین دو نقطه‌ی شکست کم است (فاصله‌ی I_2 تا I_1) و یا جهت دور زدن در دامنه کوه استفاده می‌شود.

معلومات این قوس مقادیر θ_1,θ_2 و فاصله‌ی I_2 تا I_1 می‌باشد. حال برای محاسبه‌ی تمامی پارامترهای دو قوس و پیاده‌کردن آن‌ها به مقدار R نیاز داریم.



$$1)\ T_1=R\times Tan(\frac{\theta_1}{2})$$
$$2)\ T_2=R\times Tan(\frac{\theta_2}{2})$$
$$\Rightarrow T_1+T_2=\overline{I_1I_2}=R\times Tan(\frac{\theta_1}{2})+R\times Tan(\frac{\theta_2}{2})\Rightarrow R=\frac{\overline{I_1I_2}}{Tan(\frac{\theta_1}{2})+Tan(\frac{\theta_2}{2})}$$

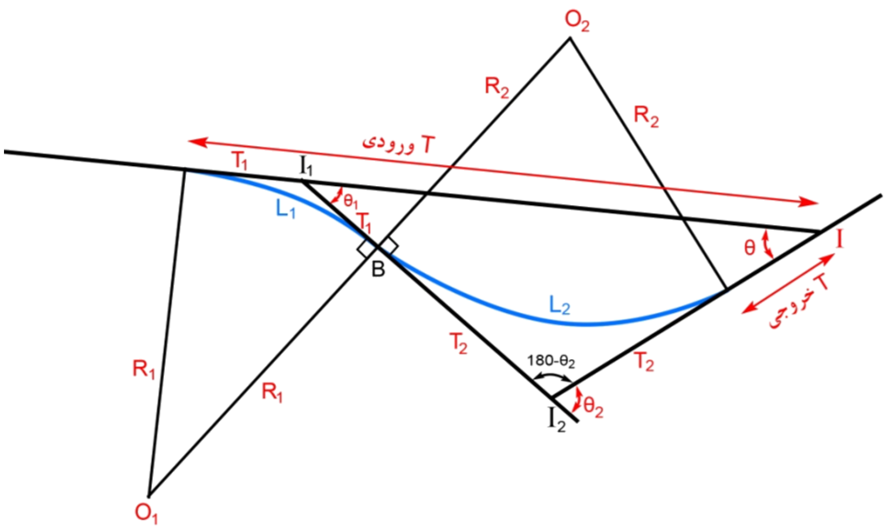
با محاسبه تمام پارامترهای دو قوس حال می‌توان به هر یک از روش‌های توضیح داده شده‌ی پیش، این نوع قوس را پیاده کرد.

مسئله: اگر مجموع دو طول تانژانت در یک قوس مرکب مستقیم با شعاع برابر، 100^m باشد و زاویه‌های انحراف اول و دوم به ترتیب $\theta_1 = 50^0$, $\theta_2 = 60^0$ باشد، مطلوب است تمامی پارامترهای دو قوس.

ب) قوس مرکب معکوس

این نوع قوس‌ها از دو قوس دایره‌ای ساده که مراکز آن‌ها در یک سمت قرار ندارد (یکی چپگرد و دیگری راستگرد) تشکیل شده است. در طراحی این نوع قوس‌ها سعی می‌شود که شعاع این دو قوس با هم برابر باشند. این نوع قوس‌ها بیشتر در مناطق کوهستانی استفاده می‌شود.

در شکل زیر یک قوس مرکب معکوس با شعاع متفاوت نشان داده شده است.



$$\theta_2 = \theta + \theta_1 \Rightarrow \theta = \theta_2 - \theta_1$$

ورودی $T = T_1 + \overline{II_1}$ خروجی $T = \overline{II_2} - T_2$

برای بدست آوردن $\overline{I_1 I}, \overline{I_2 I}$ در مثلث II_1I_2 داریم:

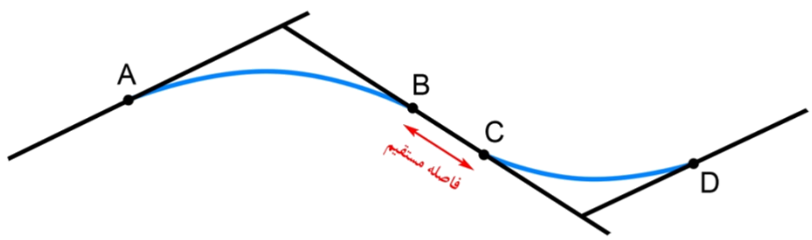
$$\frac{Sin(\theta_1)}{\overline{II_2}} = \frac{Sin(\theta)}{T_1 + T_2} = \frac{Sin(\theta_2)}{\overline{II_1}} \Rightarrow \overline{II_1} = \frac{(T_1 + T_2)Sin(\theta_2)}{Sin(\theta)} \ , \ \overline{II_2} = \frac{(T_1 + T_2)Sin(\theta_1)}{Sin(\theta)}$$

همان‌گونه که در شکل مشاهده می‌شود، نقطه‌ی B محل مماس‌های مشترک است و شعاع‌های دو قوس در این نقطه بر طول تانژانت‌ها عمود هستند.

روش پیاده‌کردن این نوع قوس‌ها نیز مشابه به قوس‌های دایره‌ای ساده است.

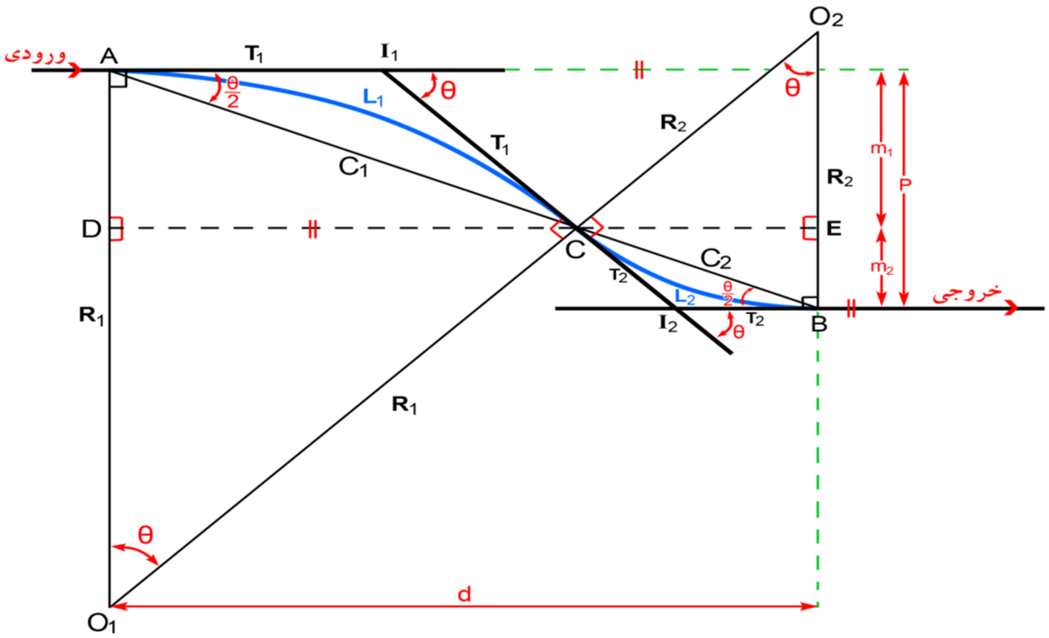
مشکل این گونه قوس‌ها این است که در نقطه‌ی مماس مشترک تغییر انحناء و تغییر شیب عرض شدیدی ایجاد می‌شود.

نکته: به دلیل مشکل تغییر ناگهانی انحناء و شیب عرض در نقطه‌ی مماس مشترک، در طراحی‌های این نوع قوس‌ها سعی بر این است که بین دو قوس از یک فاصله‌ی مستقیم استفاده شود؛ مانند شکل:



حالت خاص اول قوس مرکب معکوس $(\theta_1 = \theta_2 \ , \Delta_1 = \Delta_2)$

زمانی که دو زاویه‌ی انحراف با هم برابر باشد، در نتیجه، دو مماس ورودی و خروجی مانند شکل با هم موازی خواهد بود.



$$R_1 \neq R_2\,, \qquad P = m_1 + m_2 \quad , \qquad d = \overline{DC} + \overline{CE}$$

$$\Delta DCO_1 : Sin(\theta) = \frac{\overline{DC}}{R_1} \Rightarrow \overline{DC} = R_1 \times Sin(\theta)$$

$$\Rightarrow d = R_1 \times Sin(\theta) + R_2 \times Sin(\theta) \Rightarrow d = (R_1 + R_2) Sin(\theta)$$

$$\Delta CEO_2 : Sin(\theta) = \frac{\overline{CE}}{R_2} \Rightarrow \overline{CE} = R_2 \times Sin(\theta)$$

$$m_1 = R_1 - \overline{DO_1} \qquad , \qquad \Delta DCO_1 : Cos(\theta) = \frac{\overline{DO_1}}{R_1} \Rightarrow \overline{DO_1} = R_1 \times Cos(\theta)$$

$$\Rightarrow m_1 = R_1 - R_1 \times Cos(\theta) \Rightarrow m_1 = R_1(1 - Cos(\theta)) \qquad ((1))$$

$$m_2 = R_2 - \overline{EO_2} \qquad , \qquad \Delta ECO_2 : Cos(\theta) = \frac{\overline{EO_2}}{R_2} \Rightarrow EO_2 = R_2 \times Cos(\theta)$$

$$\Rightarrow m_2 = R_2 - R_2 \times Cos(\theta) \Rightarrow m_2 = R_2(1 - Cos(\theta)) \qquad ((2))$$

$$\xrightarrow{((1))+((2))} P = m_1 + m_2 = R_1(1 - Cos(\theta)) + R_2(1 - Cos(\theta)) \Rightarrow P = (R_1 + R_2)(1 - Cos(\theta))$$

$$\overline{I_1 I_2} = T_1 + T_2 = R_1 \times Tan(\frac{\theta}{2}) + R_2 \times Tan(\frac{\theta}{2}) = (R_1 + R_2) \times Tan(\frac{\theta}{2})$$

$$\overline{AB} = C_1 + C_2 = 2 \times R_1 \times Sin(\frac{\theta}{2}) + 2 \times R_2 \times Sin(\frac{\theta}{2}) \Rightarrow \overline{AB} = 2 \times Sin(\frac{\theta}{2})(R_1 + R_2) \Rightarrow$$

$$Sin(\frac{\theta}{2}) = \frac{\overline{AB}}{2(R_1 + R_2)} \quad , \qquad Sin(\frac{\theta}{2}) = \frac{P}{\overline{AB}} \Rightarrow \frac{\overline{AB}}{2(R_1 + R_2)} = \frac{P}{\overline{AB}} \Rightarrow AB^2 = 2 \times (R_1 + R_2) \times P \Rightarrow$$

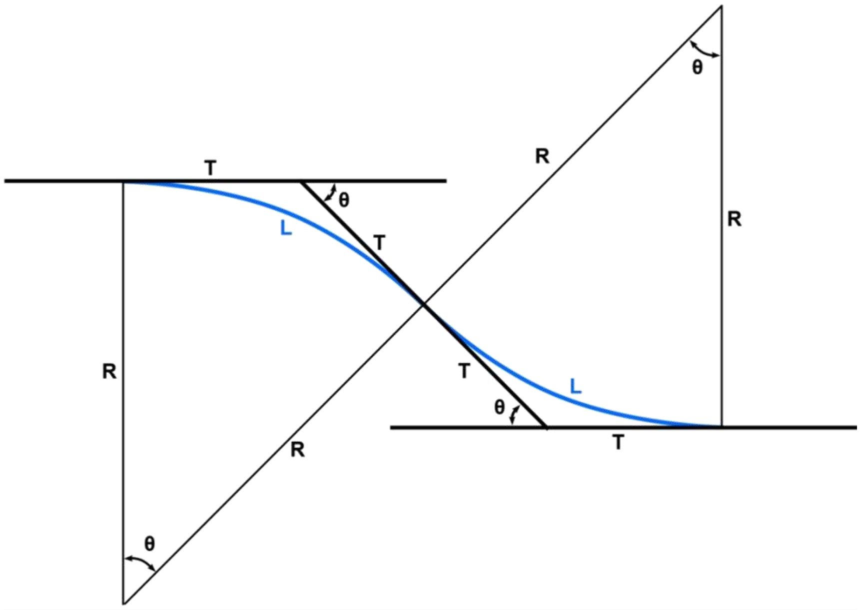
$$AB = \sqrt{2(R_1 + R_2)P} \Rightarrow AB^2 = 2(R_1 + R_2)(R_1 + R_2)(1 - Cos(\theta)) \Rightarrow AB^2 = 2(R_1 + R_2)^2(1 - Cos(\theta))$$

$$\Rightarrow AB = (R_1 + R_2) \times \sqrt{2 \times (1 - Cos(\theta))}$$

حالت خاص دوم قوس مرکب معکوس $R_1 = R_2\,,\ \theta_1 = \theta_2$

در این حالت افزون بر موازی بودن طول تانژانت ورودی و خروجی، تمامی پارامترهای دو قوس نیز با هم برابر

خواهند بود. از این حالت بیشـــتر در راه آهن برای انتقال قطار از یک خط ریل به خط ریل دیگر مانند شـــکل استفاده می‌شود.



در این حالت، رابطه‌ها همان رابطه‌ی حالت برابر θ_1, θ_2 خواهد بود با این تفاوت که جای مقادیر R_2 , R_1 مقدار R جایگزین می‌شود؛ پس:

$$d = 2\times R\times Sin(\theta) \quad , \quad P = 2\times R\times (1-Cos(\theta)) \quad , \quad \overline{I_1I_2} = 2\times T = 2\times R\times Tan(\frac{\theta}{2})$$

$$AB = 2\times C = 4\times R\times Sin(\frac{\theta}{2}) = 2\times\sqrt{RP} \quad , \quad d = C\times Cos(\frac{\theta}{2}) = 2\times\sqrt{R\times P}\times Cos(\frac{\theta}{2})$$

$$\Rightarrow d = 2\times\sqrt{P(R-\frac{P}{4})} \quad , \quad AB = 2\times\sqrt{RP} \Rightarrow R = \frac{AB^2}{4P} \quad , \quad AB = 2\times R\times\sqrt{2(1-Cos(\theta))}$$

مثال: فاصله‌ی دو خط موازی راه آهن برابر 30^m می‌باشد جهت جا بجایی قطار از یک ریل به ریل موازی آن در نظر ا ست از یک قوس دایره مرکب معکوس با شعاع R و طول وتر کل $AB=100^m$ ا ستفاده شود، پارامترهای مختلف این قوس را محاسبه کنید.

مسئله عملی:

جهت اتصال دو مسیر با زاویه‌ی انحراف کوچک از قوس مرکب معکوس با مشخصات زیر استفاده شده است. مطلوب است جدول پیاده سازی آن، به یک روش دلخواه جهت اجرا (10^m به 10^m میخ کوبی).

$$KM_{I_1} = 1+536.11 \quad \Delta_1 = 55^0 18' 30'' \quad \Delta_2 = 70^0 13' 15'' \quad R_1 = 70^m \quad R_2 = 80^m$$

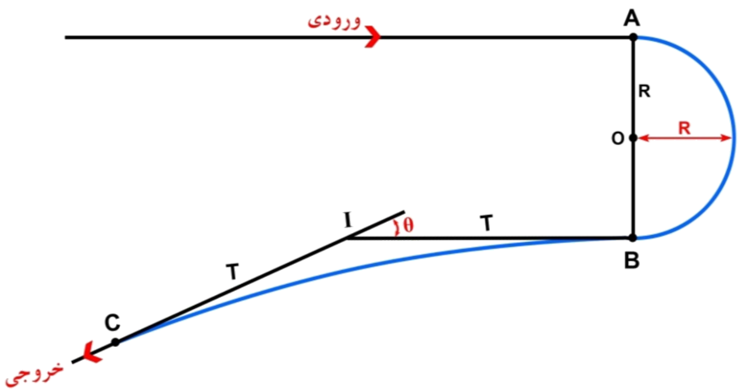
د) قوس سرپانتین[1]

قوس سرپانتین به قوس سنجاق قفلی، لماسه و نعلی شکل نیز معروف است. این نوع قوس‌ها بیشتر در مناطق کوهســتانی، گردنه‌ها و یا قســمت‌هایی از منطقه که دارای شــیب بیش از حد مجاز می‌باشــند برای کم کردن هزینه و پایین آوردن حجم عملیات خاکبرداری و خاکریزی مورد استفاده قرار می‌گیرند. از قوس‌های سرپانتین در تغییر دو شیب یا دو اختلاف سطح نسبتاً زیاد استفاده می شود نمونه‌هایی از این نوع قوس را می‌توان در جاده‌های کوهستانی کشور به ویژه جاده‌ی چالوس و هراز مشاهده کرد.

نوع قوس سرپانتین بر اساس عوارض طبیعی زمین، مشخصات راه و حجم عملیات خاکی انتخاب می‌شود.

Serpentine Curve ۱

در کل به سه نوع تقسیم‌بندی می‌شود.



۱) قوس سرپانتین نوع اول:

این قوس از یک نیم دایره کامل و یک قوس دایره‌ای تشکیل شده است.

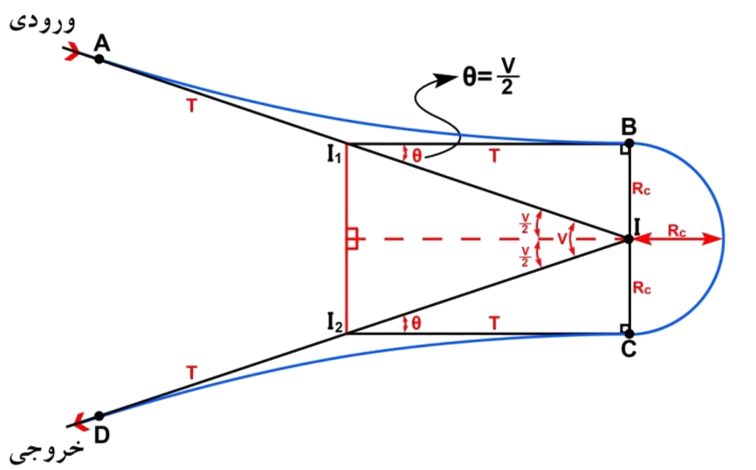
نحوه پیاده سازی:

پس از انتخاب محل اول قوس و پیاده‌کردن آن یعنی نقطه‌ی A از نقطه‌ی A عمودی بر مسیر ورودی به اندازه‌ی 2R اخراج می‌کنیم. نقطه‌ی B بدست می‌آید، کافی است وسط آن‌را بیابیم نقطه‌ی O_1 پیاده و میخ کوبی می‌شود. این نیم دایره را می‌توانیم با د ستورها و روش‌هایی که برای قوس دایره‌ای می‌دانیم پیاده کنیم. ساده‌ترین روش پیاده‌کردن از نقطه‌ی مرکز نیم دایره کامل (O_1) ا ست. برای قوس دوم معلوماتی که به ما می‌دهند T و θ ا ست و با دا شتن این دو پارامتر می‌توان سایر عوامل مهم قوس را محاسبه نمود و جدولی تنظیم نمود که از نقطه‌ی B با قراولروی کردن به I و به نقطه‌ی C پایان می‌پذیرد. (طول مماس قوس دوم (T) بر امتداد $\overline{AB}$ عمود می‌باشد)

۲) قوس سرپانتین نوع دوم:

این نوع قوس از یک قوس دایره‌ای ساده در ابتدا، یک قوس نیم دایره کامل در وسط و یک قوس دایره‌ای ساده در پایین تشکیل شده است (همانند شکل).

در این نوع قوس سرپانتین، دو قوس اول و آخر، از نوع دایره‌ای ساده و قرینه بوده، یعنی دارای مشخصات برابرند. مقدار θ در این دو قوس $\frac{v}{2}$ است و مقدار T مجهول می‌باشد که از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید.

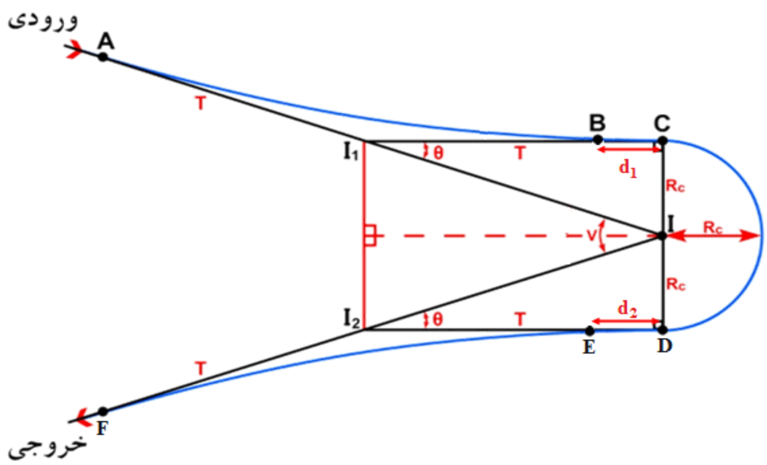


$$\theta = \frac{v}{2}$$

$$\theta = \frac{v}{2} \quad , \qquad T = R \times Tan(\frac{\theta}{2}) = R \times Tan(\frac{v}{4}) \quad , \qquad Sin(\theta) = \frac{R_C}{\overline{I_1 I}} \Rightarrow \overline{I_1 I} = \frac{R_C}{Sin(\frac{v}{2})}$$

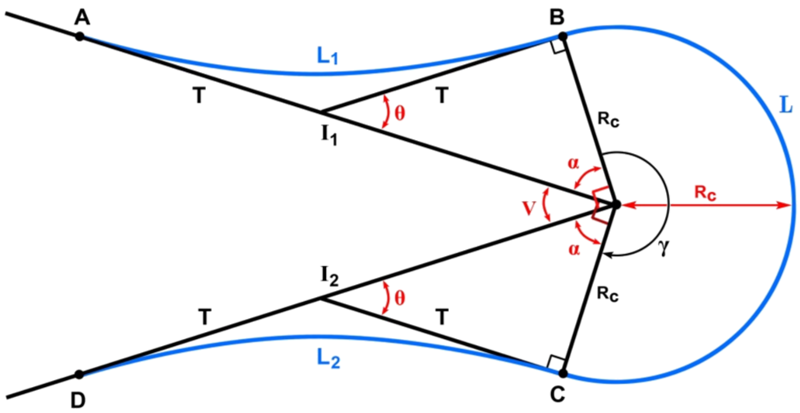
مسئله عملی:

چنانچه قرار باشد قوس سرپانتین از نوع دوم پیاده شود؛ اگر زاویه‌ی داخلی رأس $V=80°$، شعاع نیم دایره $R_C=30^m$، کیلومتراژ رأس $kmI=2+350^m$ و فاصله‌ی مستقیم بین قوس‌های ساده و قوس نیم دایره ۲۰ متر با شد ($d_1=20^m$, $d_2=20^m$)، در صورتی که باید تمامی قوس‌ها 12^m به 12^m پیاده شود. مطلوب ا ست جدول پیاده سازی این قوس.



۳) قوس سرپانتین نوع سوم:

این نوع قوس سرپانتین یک قوس دایره‌ای ساده در ابتدا، یک کمان بزرگ‌تر از نیم دایره ساده در وسط و یک قوس دایره‌ای ساده مشابه با قوس نخست، در پایان تشکیل شده است (مانند شکل).



$$\alpha = 90 - v$$
$$\theta = v$$
$$L = R \times \gamma \times \frac{\pi}{180}$$
$$Sin(\theta) = \frac{R_C}{\overline{I_1 I}} \Rightarrow$$
$$\overline{I_1 I} = \overline{I_2 I} = \frac{R_C}{Sin(\theta)} = \frac{R_C}{Sin(v)}$$
$$T = R \times \tan\left(\frac{v}{2}\right)$$

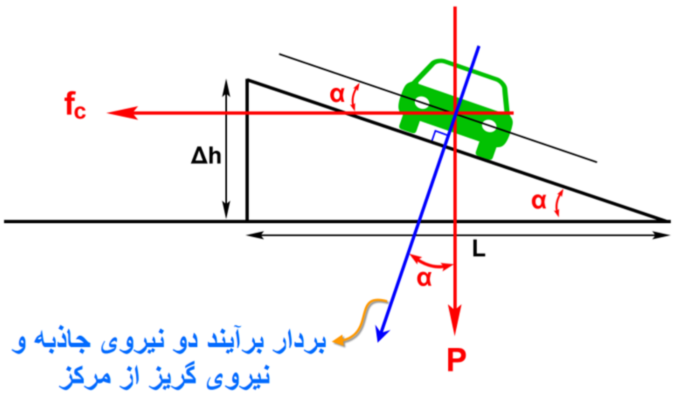
بالاآمدگی کنار قوس یا دور[۱] یا بربلندی یا شیب عرضی قوس[۲]

هنگامی که وسیله‌ی نقلیه از قسمت مستقیم مسیر وارد قسمت قوس دایره‌ای مسیر می شود، به دلیل تغییر انحنا از صفر به $\frac{1}{R}$ نیروی گریز از مرکز[۳] ایجاد می شود. اگر سرعت و سیله نقلیه بالا با شد نیروی گریز از مرکز بر نیروی جاذبه[۴] غلبه کرده و باعث واژگون شدن وسیله نقلیه می‌شود. (جاده می‌پیچید ما نمی‌پیچیم)

[۱] Dever
[۲] Super Elevation
[۳] Centrifugal Force
[۴] Gravity Force

برای اجتناب از این امر، به منظور خنثی کردن نیروی گریز از مرکز در قسمت‌های قوس مسیر، لبه‌ی خارجی قوس‌ها را بلندتر از لبه‌ی داخلی آن طراحی می‌کنند. در واقع، شیب عرضی را در قوس یک طرفه می‌کنند و شیب به سمت مرکز قوس می‌باشد.

شکل و رابطه های زیر چگونگی اجرا و محاسبه‌ی مقدار بربلندی را نشان می‌دهد.



$$p = m \times g \Rightarrow m = \frac{P}{g}$$

$$fc = \frac{m \times v^2}{R} = \frac{p_{kg} \times v^2{}_{\frac{m}{s}}}{g_{\frac{m}{s^2}} \times R_m}$$

$$e = Tan(\alpha) = \frac{\Delta h}{l} = \frac{fc}{p} = \frac{\frac{m \times v^2}{R}}{m \times g} = \frac{v^2}{R \times g}$$

$$v_{m/s} \xrightarrow{\div 3.6} v_{km/h} \qquad \Rightarrow \qquad e = \frac{v^2}{R \times g} = \frac{v^2{}_{\frac{km}{h}}}{\left(\frac{3600}{1000}\right)^2 \times 9.81 \times R} = \frac{v^2}{127.14 \times R}$$

Δh: میزان بالاآمدگی   P: وزن وسیله   m: جرم وسیله v: سرعت وسیله

fc : نیروی گریز از مرکز   α: زاویه‌ی شیب عرض   e: بربلندی (دِور)   g: شتاب ثقل ($9.81_{m/s^2}$)

مقدار e که از رابطه‌ی بالا بد ست می‌آید، بدون در نظر گرفتن ا صطکاک ا ست. حال با اعمال مقدار ا صطکاک داریم:

$$e = \frac{v^2}{127.14 \times R} - f \approx \frac{v^2}{127 \times R} - f$$

$$\Delta h = L \times \left(\frac{v^2}{127.14 \times R} - f\right)$$ بالاآمدگی

f : مقدار ضریب اصطکاک   L: عرض مسیر

مثال: اگر مقدار ضریب اصطکاک برای سرعت $80_{km/h}$ برابر 0.14 باشد، مطلوب است مقدار بربلندی قوسی به شعاع ۱۵۰ متر.

$$e\% = \left(\frac{80^2}{127.14 \times 150} - 0.14\right) \times 100 = 19.5\%$$

* از سرعت طرح نیز برای محاسبه‌ی مقدار حداقل و حداکثر بربلندی و حداقل شعاع قوس استفاده می‌شود.

$$R_{\min}=\frac{v^2}{127.14(e_{\max}+f_{\max})}$$

مثال: اگر سرعت طرح $70_{km/h}$، شعاع قوس 200^m، ضریب اصطکاک 0.14 و عرض مسیر 7.30^m باشد، مطلوب است محاسبه‌ی میزان بالاآمدگی لبه‌ی خارجی قوس.

$$e\%=(\frac{70^2}{127.14\times200}-0.14)\times100=5.27\%$$

$$\Delta h=e\times L=0.0527\times7.30=0.385^m$$

مثال: جهت اجرای یک قوس دایره‌ای ســاده برای مســیری با ســرعت طرح $120_{km/h}$ به عرض 7.30^m و میزان بالاآمدگی لبه بیرونی قوس 40^{cm} باشد، مطلوب است محاسبه‌ی میزان شعاع قوس.

$$R_{\min}=\frac{v^2}{127.14(e_{\max}+f_{\max})}=\frac{v^2}{127.14(\frac{\Delta h}{L}+f_{\max})}=\frac{120^2}{127.14(\frac{0.40}{7.30}+0.10)}=731.69^m$$

جدول میزان ضریب اصطکاک برای سرعت‌های گوناگون

سرعت طرح vkm/h	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
ضریب اصطکاک f	0.25	0.20	0.16	0.14	0.13	0.12	0.11	0.10	0.10	0.09

انحناء قوس: به مقدار معکوس شعاع $(\rho=\frac{1}{R})$ مقدار انحناء گفته می‌شود. انحناء در مسیر مستقیم برابر صفر $(\rho=\frac{1}{\infty}=0)$ و مقدار انحناء در قوس برابر $\rho=\frac{1}{R}$ است.

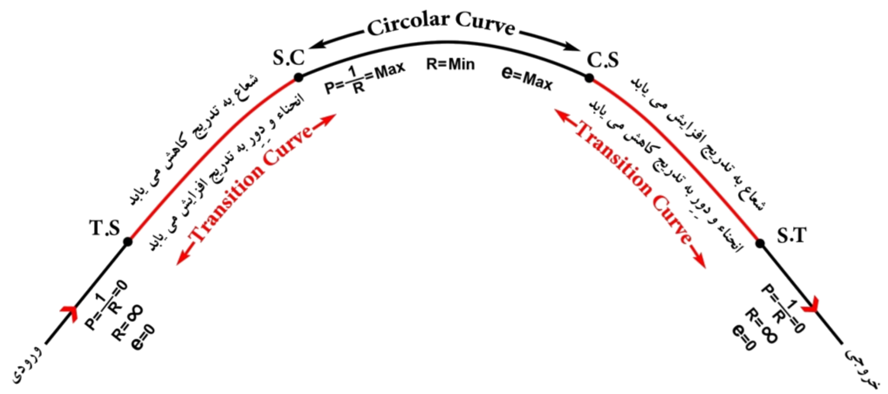
از رابطه‌ی بربلندی $\left(e=\frac{v^2}{R\times g}-f\right)$ می‌توان دریافت که مقدار بربلندی با شـــعاع (R) رابطه‌ی معکوس و با انحناء (ρ) رابطه‌ی مستقیم دارد، یعنی هرچه انحناء بیشتر، بربلندی بیشتر و هر چه انحناء کمتر بربلندی نیز کمتر خواهد بود. هرچه شعاع کمتر، بربلندی بیشتر و هر چه شعاع بزرگ‌تر بربلندی نیز کمتر خواهد بود.

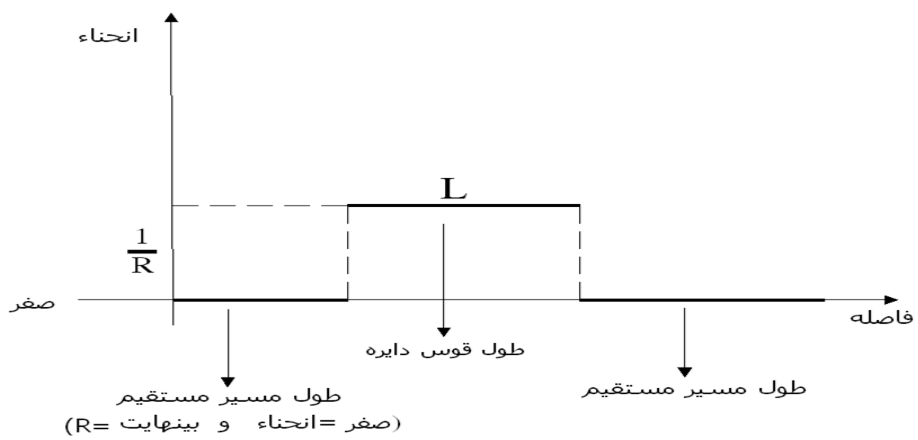
فصل ۵

۵) قوس‌های اتصال[1]

برای غلبه بر نیروی گریز از مرکز مقدار دِور در قوس دایره‌ای باید از همان ابتدای مسیر اعمال شود که این باعث ایجاد مشکل در ابتدا و انتهای قوس خواهد شد (حالت پله مانند ایجاد می شود). دومین مشکلی که در استفاده از قوس دایره‌ای ساده با آن سروکار داریم این است که ناگهان راننده از شعاع بی نهایت (مسیر مستقیم) به یک شعاع ثابت و کم R روبرو می شود و باید به سرعت واکنش نشان دهد، یعنی سرعت خود را متناسب با شعاع قوس کاهش داده تا بتواند در قوس باقی بماند.

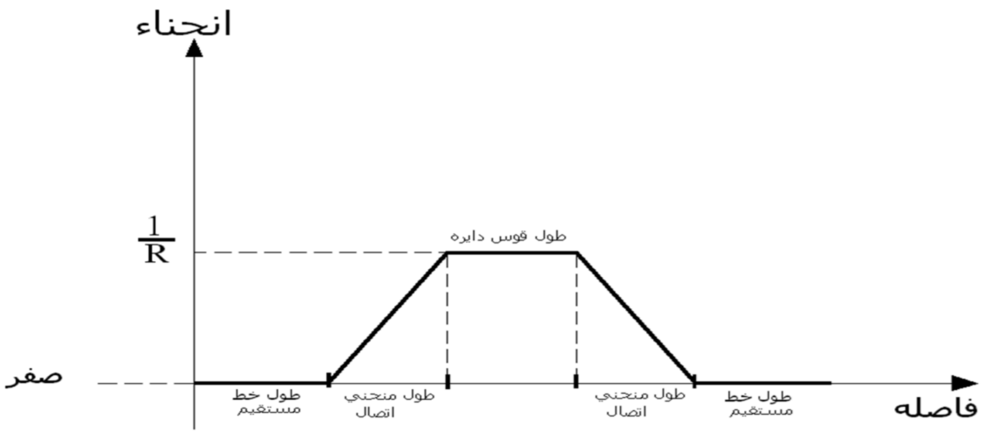
برای حل این مشکلات و متصل کردن بخش مستقیم مسیر به بخش قوس دایره‌ای از قوس‌هایی به نام قوس‌های اتصال استفاده می‌شود که در این نوع قوس‌ها شعاع به تدریج از بی نهایت کاهش می‌یابد تا در ابتدای قوس دایره‌ای ساده به مقدار R برسد. پس با توجه به اینکه شعاع به تدریج کاهش می‌یابد نیازی به واکنش و کاهش ناگهانی سرعت به وسیله راننده نیست و راننده به تدریج و با کنترل این کار را انجام خواهد داد. همچنین میزان بربلندی نیز به تدریج افزایش می یابد تا به مقدار حداکثر خود در ابتدای قوس دایره‌ای ساده برسد.





---

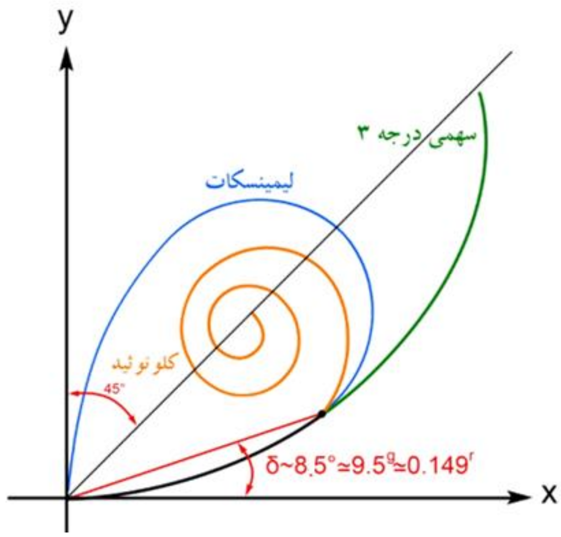
[1] Transition Curves



انواع قوس‌های اتصال عبارتند از:

۱) کلوتوئید　　۲) سهمی درجه سه　　۳) لمنیسکات

۴) مالوئید　　۵) حلزونی بالارونده



همان گونه که در شکل نیز مشخص است، افزایش طول منحنی نسبت عکس با شعاع دارد و تنها در مورد سهمی درجه سه این گونه نیست.

و این سه نوع منحنی تا زاویه‌ی 8.5° تقریباً بر هم منطبق هستند.

معمولاً در موردهایی که قوس دایره‌ای میانی وجود نداشته باشد یا به بیان دیگر، قوس اتصال سراسری باشد (تقاطع‌های غیر هم سطح)، از منحنی لمنیسکات استفاده می‌شود.

قوس کلوتوئید

نخستین بار پیش از جنگ بین‌المللی دوم آلمانی‌ها از کلوتوئید در بزرگ راه‌ها و راه آهن استفاده کردند. این قوس یکی از قوس‌های تدریجی متداول و خوب می‌با شد و سهمی درجه سه نیز تا زاویه‌ی 8.5 بهترین برازش را بر این قوس دارد از مزایای کلوتوئید می‌توان به موارد زیر اشاره نمود.

۱) **در این قوس شعاع انحناء قوس به طور منظمی متناسب با طول قوس تغییر می‌کند.**

۲) **کلوتوئید در کوهستان‌ها و تپه ماهور، بهتر از طبیعت زمین پیروی می‌کند و این امر موجب پایین آمدن حجم عملیات خاکی می‌گردد.**

۳) این نوع قوس دور زدن وسیله نقلیه را آسان می‌سازد و به زیبایی هندسی مسیر، تغییر شیب عرضی و کاهش عرض اضافی در قوس کمک می‌کند.

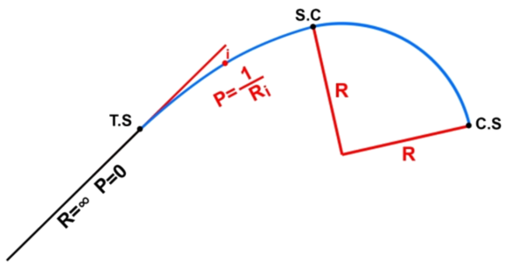
۴) در کلوتوئید راننده مجبور نیست مرتباً سرعت خود را کم و زیاد کند.

۵) در این قوس می‌توان مقدار حداقل تا حد اکثر دِوِر را اعمال کرد.

۶) این نوع قوس ایمنی و سلامت راننده و سرنشینان را تضمین می‌کند.

۷) بکار بردن قوس اتصال سبب می‌گردد که از وجود شکستگی در نقطه‌ی شروع و خاتمه قوس دایره‌ای ساده اجتناب شود و در نتیجه راه ظاهری زیباتر خواهد داشت.

مهم‌ترین ویژگی این نوع منحنی (کلوتوئید) افزایش تدریجی انحناء از صفر (در محل تماس با خط مستقیم) تا $\frac{1}{R}$ (در محل تماس با قوس دایره‌ای) می‌باشد. همچنین در هر نقطه روی منحنی اتصال، مقدار انحنا (ρ) با طول کمان آن نقطه، نسبت به محل تماس با خط مستقیم، متناسب است.



$$\rho = k \times l_i \qquad , k = \frac{1}{R \times L} \Rightarrow \rho_i = \frac{l_i}{R \times L} \Rightarrow \rho = \frac{1}{R}$$

نکته: در این منحنی میزان تغییرات انحناء به تغییرات طول مقداری ثابت است.

$$\frac{\frac{1}{R_i}}{l_i} = \frac{\frac{1}{R}}{L} = \frac{1}{A^2} \Rightarrow R \times L = A^2 \Rightarrow A = \sqrt{R \times L}$$

R_i: شعاع قوس اتصال در نقطه‌ی i

L_i: طول قوس اتصال از ابتدا تا نقطه‌ی i

ρ_i: میزان انحناء قوس اتصال در نقطه‌ی i

K: ضریبی ثابت

A: پارامتر منحنی اتصال (پارامتر کلوتوئید)

ز) قوس‌های پیوندی

بر اساس شکل، قوس ترکیبی از یک شاخه کلوتوئید یا اتصال در ابتدا، یک قوس دایره‌ای ساده در وسط و یک شاخه اتصال در پایان تشکیل شده است.

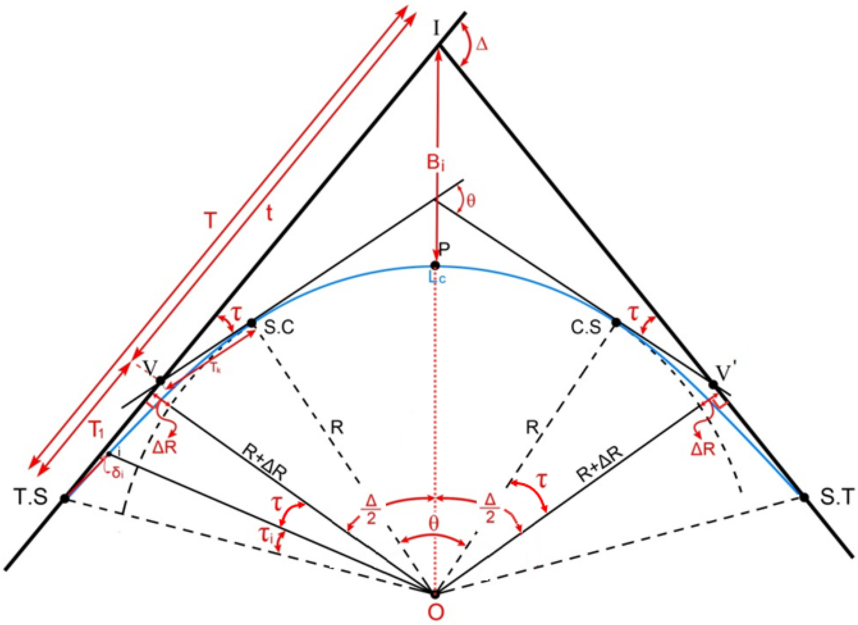
همان گونه که از شکل نیز مشخص است، شرط برقراری منحنی اتصال این است که $\frac{\Delta}{2} \geq \tau$ یا $\Delta \geq 2\tau$ باشد.
پس زمانی که $\Delta = 2\tau$ باشد، به این معنی است که قوس دایره‌ای میانی وجود ندارد. $\Delta = \theta + 2\tau$

اجزای منحنی کلوتوئید:

L: طول شاخه‌ی کلوتوئید.

R: شعاع قوس دایره.

ΔR: فاصله‌ی شروع شاخه کلوتوئید تا قوس دایره‌ای در راستای شعاع قوس دایره‌ای (میزان شیفت قوس دایره‌ای).



Δ: زاویه‌ی انحراف قوس پیوندی.

θ: زاویه‌ی انحراف قوس دایره.

ν: رأس قوس شاخه‌ی اول کلوتوئ

ν': رأس قوس شاخه‌ی دوم کلوتو

Lc: طول قوس دایره‌ای ساده.

τ_i: زاویه‌ی مرکزی نقطه‌ی منحنی کلوتوئید.

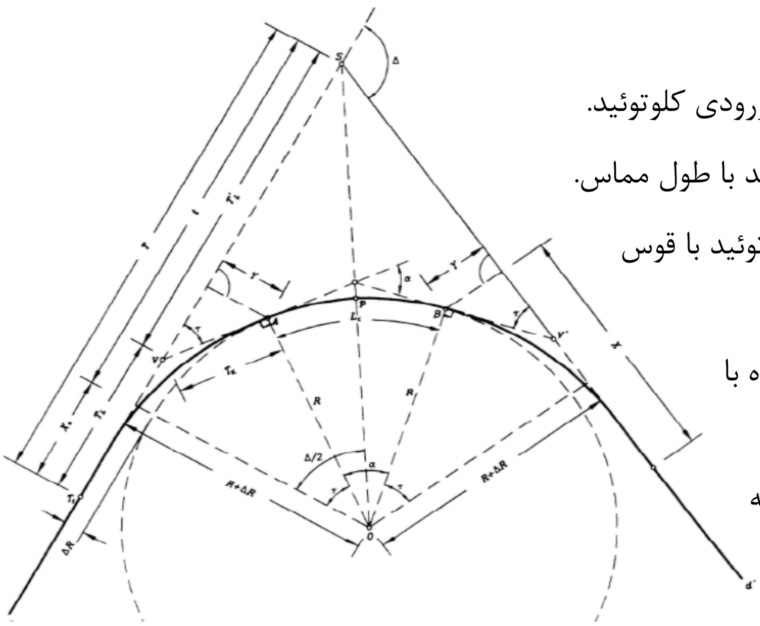
τ: زاویه‌ی رأس شاخه‌ی کلوتوئید یا همان حداکثر زاویه‌ی انحراف رأس کلوتوئید.

T_L: طول مماس بلند شاخه‌ی کلونرییب.

T_K: طول مماس کوتاه شاخه‌ی کلوتوئید.

T.S: نقطه‌ی اتصال طول مماس با شاخه ورودی کلوتوئید.

S.T: نقطه‌ی اتصال شاخه خروجی کلوتوئید با طول مماس.



S.C: نقطه‌ی اتصال شاخه ورودی کلوتوئید با قوس دایره‌ای ساده.

C.S: نقطه‌ی اتصال قوس دایره‌ای ساده با شاخه خروجی کلوتوئید.

δ_i: زاویه‌ی انحراف هر نقطه روی شاخه کلوتوئید نسبت به خط مماس کل.

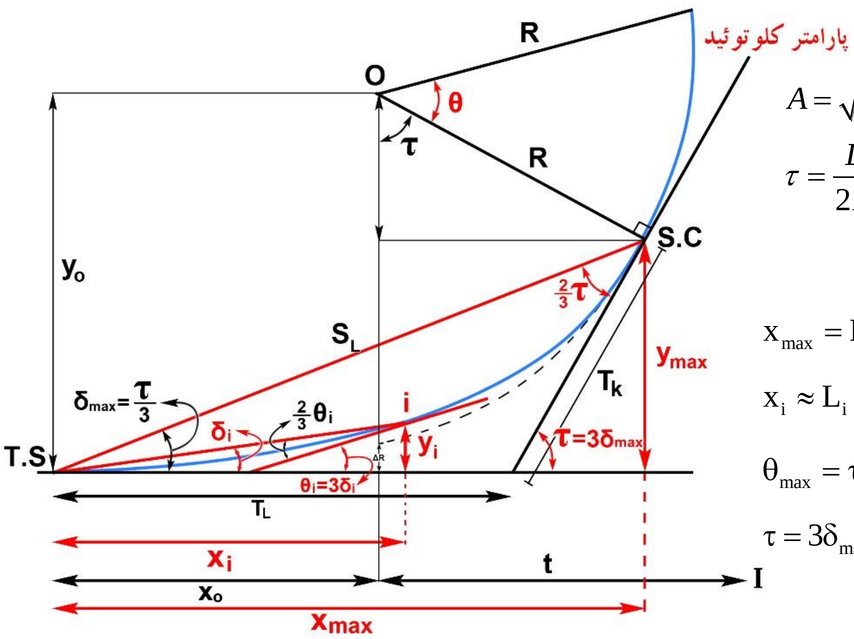
نکته: در سهمی درجه‌ی سه، شعاع انحنا تا نقطه‌ای از منحنی، به تدریج کم شده و سپس دوباره شروع به افزایش می‌کند یا به بیان دیگر، انحناء به تدریج زیاد و دوباره کم می‌شود که این نقطه برابر $\delta=0.15^R=8.5^\circ=9.5^G$ می‌باشد. پس، از منحنی درجه سه تا این محدوده می‌توان استفاده کرد.

$$\Rightarrow \tau=3\delta \Rightarrow \tau=3\times(9.5^g)=28.5^g=25.5^d=0.45^r$$

نکته: بررسی‌ها نشان می‌دهد که اگر τ کمتر از محدوده‌ی 12.5^d $(\tau\le 12.5)$ انتخاب شود، تفاوتی میان سهمی درجه سه و کلوتوئید وجود نخواهد داشت. اگر τ بزرگ‌تر از مقدار 12.5° انتخاب شود، پاسخ بدست آمده از رابطه سهمی درجه سه و کلوتوئید، با هم مساوی نخواهد بود. برای برابر شدن پاسخها باید جمله‌های سری استفاده شده برای بدست آوردن رابطه‌ها تا جمله‌های بالاتر از درجه دو ادامه داد. حال اگر به جایی برسیم که τ بزرگ‌تر از 25.5 شود، حتی با افزایش جمله‌های سری نیز نمی‌توان از سهمی درجه سه به عنوان یک قوس اتصال استفاده کرد.

نکته: کلوتوئید در هر شرایطی به کار می‌رود، ولی دارای روابطی پیچیده‌ای است، اما محاسبات سهمی درجه سه ساده‌تر بوده و به گونه‌ی دستی نیز می‌توان آن را محاسبه کرد، اما نمی‌توان آن را در همه‌ی موارد به کار برد.

روابط قوس اتصال کلوتوئید:



$$A=\sqrt{R\times L_S}=\sqrt{K},\qquad \Delta=\theta+2\tau$$

$$\tau=\frac{L}{2R}\Rightarrow\tau=\frac{L}{2(\frac{A^2}{L_s})}\Rightarrow\tau=\frac{L^2}{2A^2}$$

$$x_{max}=L\times[1-\frac{L^2}{40R^2}+\frac{L^4}{3456R^4}-...]$$

$$x_i\approx L_i\quad,\quad x_{max}\approx L=X_{S.C}$$

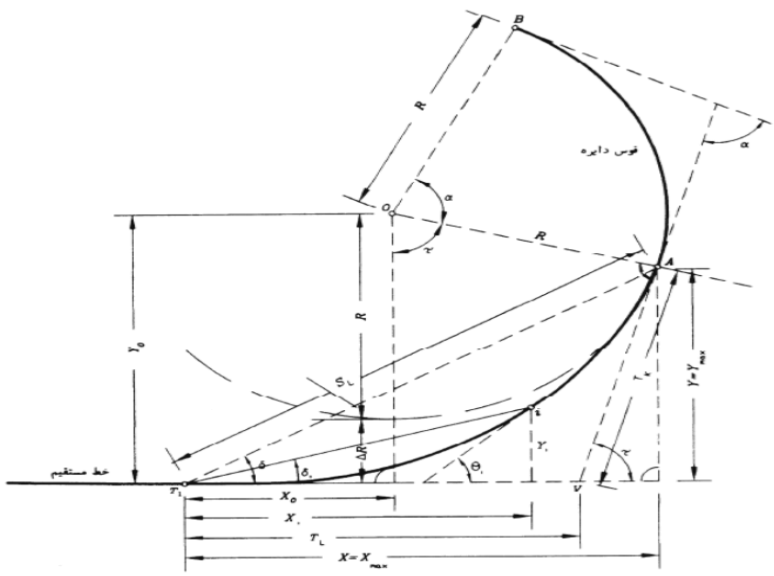
$$\theta_{max}=\tau\Rightarrow\theta_{max}=\frac{L^2}{2A^2}$$

$$\tau=3\delta_{max}\Rightarrow\tau_i=3\delta_i$$

θ_i: زاویه‌ی انحراف خط مماس بر هر نقطه روی شاخه کلوتوئید نسبت به خط مماس کل (زاویه به هر نقطه روی کلوتوئید).

S_L: وتر شاخه کلوتوئید (فاصله‌ی مستقیم T.C تا S.C).

L_i: طول هر نقطه روی منحنی کلوتوئید نسبت به شروع کلوتوئید.



$$y_{max} = \frac{L^2}{6R} \times [1 - \frac{L^2}{56R^2} + \frac{L^4}{7040R^4} - ....]$$

$$y_i = \frac{l_i^{\,3}}{6A^2} = \frac{l_i^{\,3}}{6R \times L_s} \Rightarrow y_{max} = \frac{L^3}{6A^2} = \frac{L^2}{6R}$$

$$Sin(\delta_{max}) = \frac{y_{max}}{S_L} \Rightarrow S_L = \frac{y_{max}}{Sin(\delta_{max})} = \frac{x_{max}}{Cos(\delta_{max})} = \sqrt{x_{max}^{\;2} + y_{max}^{\;2}}$$

$$Tan(\delta_i) = \frac{y_i}{x_i} = \frac{L_i^{\,3}}{6R.L_s.L_i} \Rightarrow Tan(\delta_i) = \frac{L_i^{\,2}}{6R.L_s} = \frac{L_i^{\,2}}{6A^2} \Rightarrow \delta_i = Tan^{-1}(\frac{L_i^{\,2}}{6R.L_S}) \approx \frac{L_i^{\,2}}{6R.L_s}$$

$$\Rightarrow \delta_{max} = \frac{L^2}{6R.L} = \frac{L}{6R} \quad , \qquad \tau = 3\delta_{max} \qquad \Rightarrow \tau = 3 \times \frac{L}{6R} = \frac{L}{2R}$$

$$\Delta R = \frac{L^2}{24R} \quad , \quad x_O = x_{max} - R \times Sin(\tau)$$

$$y_O = R + \Delta R = y_{max} + R \times Cos(\tau) \quad , \quad t = (R + \Delta R) Tan(\frac{\Delta}{2})$$

$$T = t + x_O \Rightarrow T = (R + \Delta R) Tan(\frac{\Delta}{2}) + x_{max\;X} - R \times Sin(\tau)$$

$$Sin(\tau) = \frac{y_{max}}{T_K} \Rightarrow T_K = \frac{y_{max}}{Sin(\tau)} = \frac{L^2}{6R \times Sin(\tau)}$$

$$T_L = x_{max} - (\frac{y_{max}}{Tan(\tau)}) = x_{max} - \frac{L^2}{6R \times Tan(\tau)}$$

$$L_C = R \times \theta \quad , \quad \theta = \Delta - 2\tau$$

$$Bi = R(\frac{1}{Cos(\frac{\Delta}{2})} - 1) + \frac{\Delta R}{Cos(\frac{\Delta}{2})} = \frac{R + \Delta R}{Cos(\frac{\Delta}{2})} - R$$

$L_S = 2R.\tau \approx x_{max}$ ، τ بر حسب رادیان ، طول قوس ترکیبی $L = L_C + 2L_S$

$$km_{T.S}=km_I-T \quad , \quad km_{S.C}=km_{T.S}+L_S \quad , \quad km_{C.S}=km_{S.C}+L_C \quad , \quad km_{S.T}=km_{S.C}+L_S$$

حداقل طول شاخه کلوتوئید

مقدار حداقل طول شاخه کلوتوئید به دو روش زیر قابل محاسبه می‌باشد.

۱) بر اساس استاندارد وزارت راه و ترابری (B.C.E.O.M)

V: سرعت طرح

e: میزان بربلندی

$$L_S \geq \frac{14\times v}{g}\left(\frac{0.08\times v^2}{R}-g\times e\right)$$

g: میزان شتاب جاذبه

w: عرض مسیر

یا

d: میزان شیب عرض در مسیر مستقیم

$$L_S \geq \frac{w(d+e)}{0.005}$$

مثال: جهت اتصال دو بخش مستقیم یک مسیر قرار است از قوس اتصال کلوتوئید استفاده شود. با توجه به پارامترهای داده شده، مطلوب است طول شاخه کلوتوئید.

$$v=100_{km/h} \quad , \quad R=300^m \quad , \quad f=0.11$$

$$e=\left(\frac{100^2}{127.14\times 300}-0.11\right)=0.2833$$

$$L_s \geq \frac{14\times 100}{9.81}\times\left(\frac{0.08\times 100^2}{300}-9.81\times 0.2833\right)=16.01^m$$

۲) با توجه به اینکه قوس اتصال باعث تغییر تدریجی شتاب عرض (گریز از مرکز) از صفر تا $a=\frac{v^2}{R}$ در قوس دایره‌ای می‌شود و با توجه به اینکه باید این تغییرات شتاب عرض بین 0.3 تا 0.9 متر بر مجذور ثانیه انتخاب شود، برای انتخاب حداقل طول شاخه کلوتوئید داریم: (انتخاب تغییرات شتاب عرض 0.9)

$$L_S \geq \frac{v^3}{28\times R} \Rightarrow L_S \geq \frac{0.036\times v^3}{R}$$

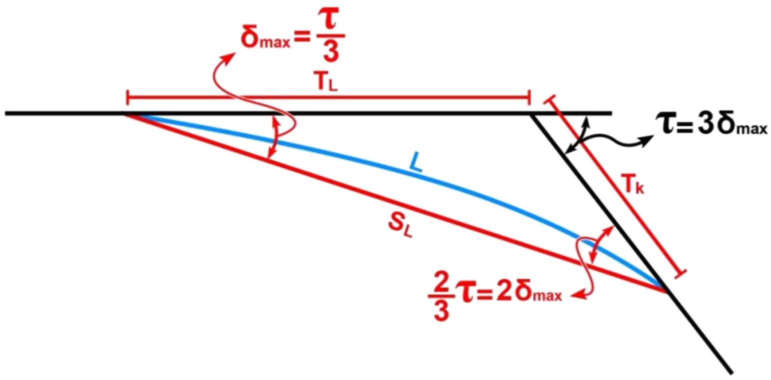
زمانی که نیاز باشد با حداکثر تغییرات شتاب عرضی عمل کرد، یعنی $0.9_{\frac{m}{s^2}}$ داریم:

$$\Rightarrow A=\sqrt{R.L}=\sqrt{\frac{R\times 0.036\times v^3}{R}}=\sqrt{0.036\times v^3}$$

یا

$$L_S \geq 13.65\times v\times e$$

نکته: در دو روش بالا آن مقداری به عنوان طول شاخه اتصال انتخاب می‌شود که بزرگ‌ترین باشد.



$$L_C = R\times\theta = R\times(\Delta-2\tau) = R\times(\Delta-2\frac{L}{2\times R}) = R\times\Delta - L_S$$

$$L_K = L_C + 2L_S = \Delta\times R - L_S + 2\times L_S = R\times\Delta + L_S$$

$$\frac{T_L}{Sin(\frac{2}{3}\tau)} = \frac{T_K}{Sin(\frac{1}{3}\tau)} = \frac{S_L}{Sin(\tau)} \Rightarrow \frac{T_L}{Sin(2\delta)} = \frac{T_K}{Sin(\delta)} = \frac{S_L}{Sin(3\delta)}$$

L_S : طول قوس دایره‌ای.　　　L_K : طول کل قوس ترکیبی.　　　T_L , T_K : دو طول مماس کلوتوئید.

نکته: ممکن است به صورت تست کنکور مطرح شود.

$$\theta = \Delta - 2\tau \geq 0 \Rightarrow \Delta - 2\tau \geq 0 \Rightarrow \Delta \geq 2\tau \Rightarrow \Delta \geq \frac{2L}{2R} \Rightarrow \Delta \geq \frac{L}{R}$$

روش‌های پیاده سازی قوس ترکیبی (کلوتوئید- دایره- کلوتوئید)

به سه روش زیر می‌توان قوس کلوتوئید را پیاده سازی کرد:

الف) به روش افست (X, Y).

ب) به روش قطبی (طول وتر و زاویه‌ی انحراف).

ج) به روش دو قطبی.

از روش‌های بالا تنها به شرح دو روش افست و قطبی پرداخته خواهد شد.

الف) پیاده سازی قوس کلوتوئید به روش افست (X,Y)

در ابتدا نقاط اصلی قوس ترکیبی نقاط (T.S., S.C, C.S, S.T, I) پیاده سازی می شوند. برای پیاده‌کردن نقاط C.S, S.C نیز می‌توان به روش افست عمل کرد، یعنی باید x_{max} از نقطه‌ی T.S در امتداد رأس قوس (I) جلو رفته تا به نقطه‌ی K رسید سپس از نقطه‌ی K عمودی به اندازه‌ی y_{max} خارج شود تا به نقطه‌ی S.C برسید و برای C.S نیز همین کار انجام می شود. یا می‌توان از روش قطبی استفاده کرد و روی نقطه‌ی T.S مستقر و به نقطه‌ی I قراولروی کرد و زاویه به اندازه‌ی δ_{max} باز کرد و در همین راستا به اندازه‌ی وتر بزرگ شاخه کلوتوئید (S_L)جلو رفت تا به نقطه‌ی S.C رسید و همین کار را برای پیاده‌کردن نقطه‌ی C.S نیز انجام داد.

پس از پیاده سازی نقاط ا صلی قوس ترکیبی، برای پیاده سازی نقاط شاخه کلوتوئید جدولی مانند جدول زیر ایجاد می‌شود.

x_i	Y_i
$x_1=5$ $x_2=5$ $x_3=5$ $\vdots$ $x_n=..$	y_1 y_2 y_3 $\vdots$
x_{max}	y_{max}

$$\Rightarrow y_i = \frac{x^3}{6L_s R}$$

ب) پیاده سازی قوس کلوتوئید به روش قطبی (طول وتر کلوتوئید و زاویه‌ی انحراف)

در این روش، مانند روش پیش، ابتدا تمامی نقاط ا صلی قوس ترکیبی پیاده سازی می شوند سپس محا سبات زاویه‌های انحراف (δ_i) انجام می‌شود.

$$\delta_i = \frac{l_i^2}{6LR}$$

ابتدا δ_1 و سپس δ_2 و... δ_{max} محا سبه می شوند پس از آن معلوم می شود که δ_{max} محا سبه شده با مقدار δ_{max} واقعی چقدر تفاوت دارد. اگر این دو مقدار با هم اختلاف کمی داشت، مقدار خطا روی δهای محاسبه شده سرشکن می‌شود. همانند پیاده سازی قوس دایره‌ای، در این روش نیز جدولی تنظیم می‌شود و با داشتن مقادیر زاویه‌ی انحراف و طول وترهای کوچک می‌توان روی نقطه‌ی T.S مستقر و به نقطه‌ی I قراولروی کرد و شروع به پیاده سازی قوس اتصال نمود تا به نقطه‌ی S.C رسید.

پیاده‌کردن قسمت قوس دایره‌ای ساده

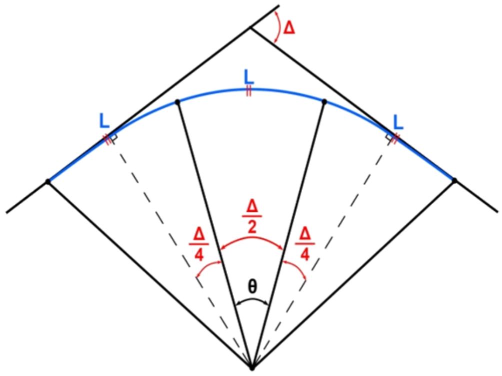
روش محاسبه‌ی زاویه‌های انحراف و رُند کردن کیلومتراژ نقطه‌ی اول دقیقاً همانند روش‌های گفته شده برای پیاده‌کردن قوس دایره‌ای است. تنها کافی است که یک خط مماس جدید برای قوس دایره‌ای ساده ایجاد شود. جهت این کار روی نقطه‌ی S.C مستقر و به نقطه‌ی T.S قراولروی کنید سپس زاویه‌ی $180+\frac{2}{3}\tau$ را به دوربین بسته که این همان امتداد مماس بر قوس دایره‌ای است، این امتداد را علامت گذاری کرده و به آن قراولروی کنید و قوس دایره‌ای را پیاده کنید.

مسئله عملی:

یک قوس ترکیبی (کلوتوئید- دایره – کلوتوئید) را به گونه‌ای پیاده سازی کنید که شاخه اول کلوتوئید به روش افست، $3^m, 3^m$، شاخه دوم کلوتوئید به روش قطبی، $3^m, 3^m$ و قوس دایره‌ای وسط را $5^m, 5^m$ پیاده سازی کنید. مشخصات این قوس به شرح زیر است:

$$\Delta = 80^\circ \quad R = 50 \quad L_S = 15^m \quad km_I = 1+565$$

نکته: اگر طول هر یک از شاخه‌های کلوتوئید با طول قوس ساده برابر باشد، داریم:



$$\Delta=\theta+2\tau,\quad L_C=R\times\theta\Rightarrow\theta=\frac{L_C}{R}\qquad,\quad \tau=\frac{L_S}{2R}$$

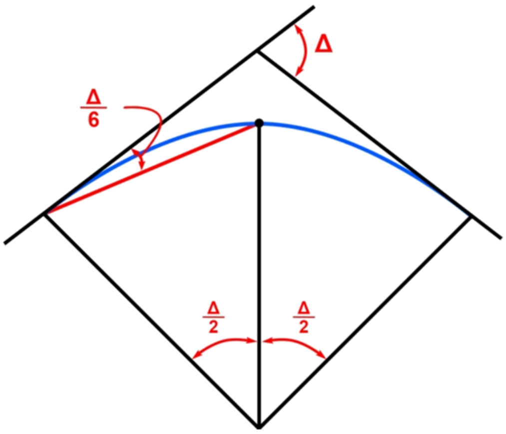
$$L_S=L_C\qquad,\quad \Delta=\frac{L}{R}+2\frac{L}{2R}\Rightarrow\Delta=2\frac{L}{R}\Rightarrow\frac{\Delta}{2}=\frac{L}{R}=\theta$$

$$\Rightarrow\Delta=\tau+\theta+\tau=\frac{L}{2R}+\frac{L}{R}+\frac{L}{2R}=\frac{\Delta}{4}+\frac{\Delta}{2}+\frac{\Delta}{4}$$

نکته: زمانی که تنها از دو قوس اتصال بدون قوس دایره‌ای استفاده شود، شعاع قوس در نقطه‌ی اتصال دو شاخه کلوتوئید (S.S) نباید از حداقل شعاع کمتر باشد. در این حالت می‌توان نوشت:

$$\Delta=2\tau\Rightarrow\tau=\frac{\Delta}{2}\qquad,\Delta=2\frac{L}{2R}\Rightarrow\Delta=\frac{L}{R}$$

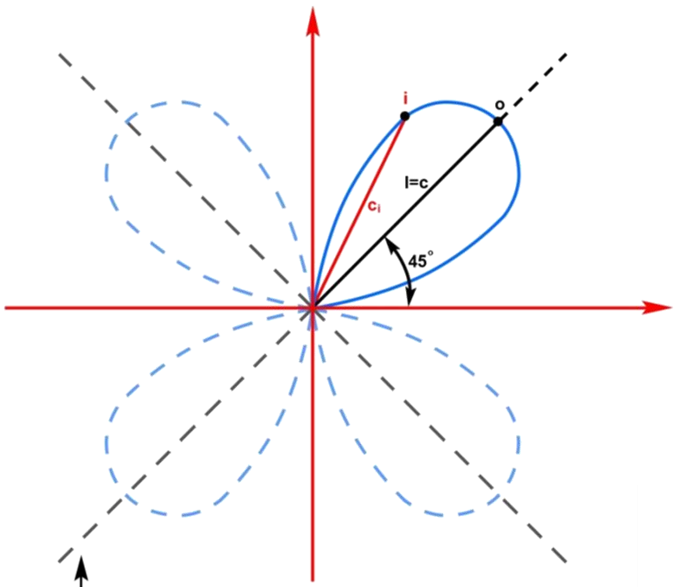
$$\delta_{\max}=\frac{\tau}{3},\ \tau=\frac{\Delta}{2}\Rightarrow\delta_{\max}=\frac{\Delta}{6}$$



قوس یکپارچه لمنیسکات

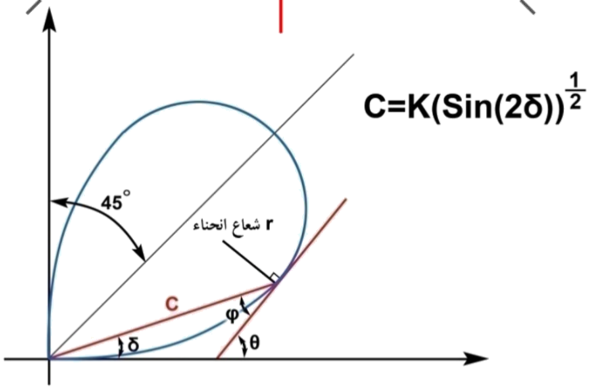
L=C: طول شعاع

C_i: طول شعاع حاصل در نقطه‌ی i



در قوس لمنیسکات مقدار انحنا قوس، با شعاع حامل متناسب است. به عبارتی چون بیشترین شعاع حامل (I) در نقطه‌ی O' وجود دارد، بیشترین انحنا در این نقطه اتفاق می‌افتد.

این نوع قوس در مناطق مارپیچ کوهستانی که راننده مجبور به دور زدن کامل است، یا در لوپ‌های تقاطع‌های غیر هم سطح استفاده می‌شود.



در قوس لمنیسکات طول شعاع حامل (C) برابر است با:

$$C = k(\sin(2\delta))^{\frac{1}{2}}$$

در این رابطه k مقداری ثابت است.

در منحنی لمنیسکات اگر C شعاع حامل و r شعاع انحنا باشد حاصل ضرب این دو مقداری ثابت (A) خواهد بود.

$$r_i.c_i = r.c = A \Rightarrow r = \frac{A}{c}$$

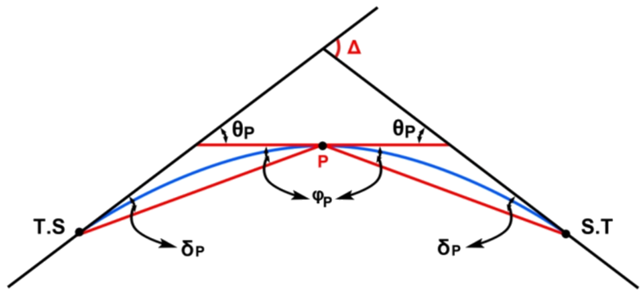
$$k = \sqrt{3A} = \sqrt{3r.c} = \sqrt{3r(3rSin(2\delta))} \Rightarrow k = 3r(Sin(2\delta))^{\frac{1}{2}} \xrightarrow{r=R} k = 3R(Sin(2\delta))^{\frac{1}{2}} \Rightarrow r = \frac{c}{3Sin2\delta} = \frac{A}{c}$$

زاویه‌ی رأس مماس در هر نقطه بر منحنی (θ) سه برابر زاویه‌ی انحراف شعاع حامل همان نقطه‌ی δ می‌باشد.

$$\Rightarrow \theta = 3\delta, \quad \phi = 2\delta \Rightarrow \theta = \delta + \phi = 3\delta$$

اگر $C = 3r \times Sin(2\delta)$ و طول شعاع حامل در نقطه‌ی m با طول منحنی اتصال برابر گرفته شود، داریم:

$$r = R \quad , \ L = C = 3R \times Sin(2\delta_m) \Rightarrow \delta_m = \frac{1}{2}Sin^{-1}(\frac{L}{3R}), \ \theta_m = 3\delta \Rightarrow \theta_m = \frac{3}{2}Sin^{-1}(\frac{L}{3R})$$



$$\Rightarrow \frac{\Delta}{2} \geq \theta_i \Rightarrow \quad \Delta \geq 2\theta_i \Rightarrow \quad \Delta \geq 6\delta_i \Rightarrow \quad \frac{\Delta}{6} \geq \delta_i$$

$$Sin(2\delta_i) = \frac{l}{3R} \;, \qquad Sin(\frac{2\Delta}{6}) \geq \frac{l}{3R} \Rightarrow \sin(\frac{\Delta}{3}) \geq \frac{l}{3R}$$

نکته: همان گونه که در بحث کلوتوئید نیز گفته شد چنانچه طول سه قوس ساده و لمنیـ سکات‌ها با هم برابر باشد زاویه‌ی انحراف قوس دایره ساده $\frac{\Delta}{2}$ و زاویه‌ی انحراف رأس شاخه‌های اتصال لمنیسکات $\frac{\Delta}{4}$ خواهد بود و چنانچه قوس دایره‌ای وجود نداشته باشد:

$$\theta_p = \frac{\Delta}{2} \;, \qquad \delta_p = \frac{\theta_p}{3} = \frac{\Delta}{6} \qquad \varphi_p = 2\delta_p = \frac{2}{3}\theta_p = \frac{\Delta}{3} \qquad , \quad \Delta = 2\theta_p = 6\delta_p = 3\varphi_p$$

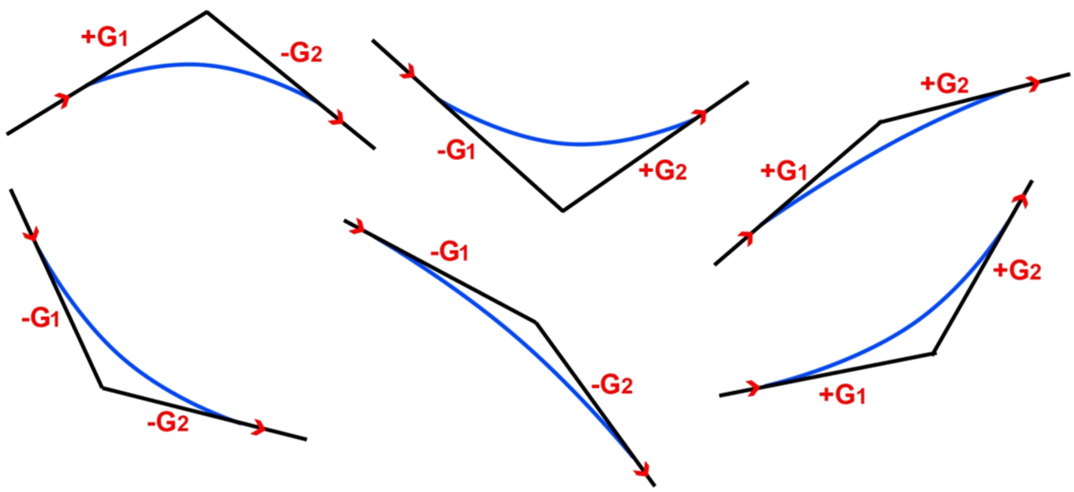
فصل ۶

قوس قائم[1]

اگر دو مســیر با شــیب طولی متفاوت بخواهند به هم برســند، جهت جلوگیری از تغییر ناگهانی، شــیب این دو مسیر را به کمک قوس قائم به هم مرتبط می‌سازند.

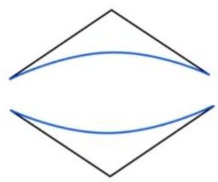
همان گونه که می‌دانید، قوس افقی روی پلان طراحی می‌شـــود و قوس قائم روی نیمرخ طولی آن هم بر روی خط پروژه ترسیم می‌شود، ولی بر خلاف پلان، مستقیماً با ارتفاع سر و کار دارد.

حالت‌های گوناگون قوس قائم:



مشخص کردن حالت قوس با توجه به شیب ورودی (G_1) و شیب خروجی (G_2) :

$$G_2 - G_1 = A \quad \begin{cases} if \quad A < 0 \Rightarrow & \text{قوس با تحدب بالا} \\ if \quad A > 0 \Rightarrow & \text{قوس مقعر (با تحدب پايين)} \end{cases}$$



مثال: اگر شیب ورودی $+7\%$ و شیب خروجی -5% با شد، م شخص کنید تحدب قوس قائم مورد نیاز باید به سمت پایین یا بالا داشته باشد.

$$-5-7=-12 \quad \Rightarrow$$

تحدب به سمت بالا

---

[1] Vertical Curve

انواع قوس‌های قائم

۱) سهمی درجه دو

۲) بخشی از قوس دایره‌ای

۳) بخشی از یک بیضی (بیضی ناقص)

۴) سهمی درجه سه

اگر نسبت طول قوس به شعاع قوس کمتر از $\frac{1}{10}$ باشد ($\frac{L}{R}<\frac{1}{10}$)، در عمل فرقی نمی‌کند که از قوس دایره‌ای، بیضی و یا سهمی برای قوس قائم استفاده شود، اما به جهت تأمین راحتی راننده و همچنین خاصیت <u>تغییر شیب یکنواخت</u> در سهمی درجه دو، از این منحنی برای قوس قائم استفاده می‌شود.

انواع قوس‌های قائم سهمی درجه دو

الف) سهمی با مماس‌های مساوی:

سهمی که خط قایم گذرنده از رأس قوس، قوس سهمی قائم را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند.

ب) سهمی با مماس‌های نابرابر:

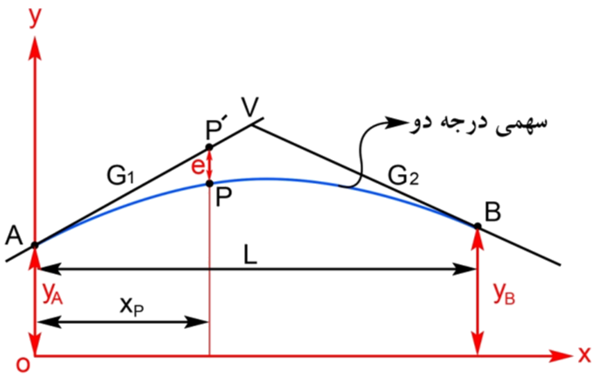
در این نوع سهمی دیگر دو مماس با هم برابر نخواهند بود.

الف) سهمی با مماس‌های مساوی:

معادله‌ی سهمی درجه دو $Y=aX^2+bX+c$

با توجه به اینکه مقادیر X مشخص است، برای حل این معادله و محاسبه مقدار Y نقاط (ارتفاع نقاط)، تنها کافی است ضرایب a,b,c را بدست آورد.

می‌دانیم که در نقطه‌ی شروع قوس قائم (A) X=0 و زاویه‌ی شیب برابر g_1 است و در نقطه‌ی خروجی قوس قائم (B) X=L و شیب خروجی برابر g_2 می‌باشد، پس:



$$y_A=a(0)^2+b(0)+c\Rightarrow y_A=c=H_A$$

$$y'_A=\frac{dy}{dx}=g_1\Rightarrow 2a(0)+b=g_1\Rightarrow b=g_1 \qquad g_2-g_1=A$$

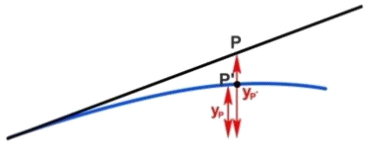
$$y'_B=\frac{dy}{dx}=g_2\Rightarrow 2a(L)+b=g_2\Rightarrow a=\frac{g_2-b}{2L}=\frac{g_2-g_1}{2L}$$

$$\Rightarrow a=\frac{A}{2L} \qquad \Rightarrow y=\frac{A}{2L}x^2+g_1x+H_A$$ معادله‌ی قوس سهمی درجه دو

حال با قرار دادن مقدار فاصله‌ی نقطه‌ی مورد نظر، از نقطه‌ی شروع بجای مقدار X در معادله‌ی سهمی و دیگر مقادیر می‌توان به ارتفاع آن نقطه از سطح مبنا دست یافت.

فاصله‌ی نقطه روی سهمی (p′) تا خط مماس بر سهمی در نقطه‌ی شروع:

$$e = y_{p'} - y_p = (bx_p + c) - (ax_p^2 + bx_p + c) = -ax_p^2$$



y_p: معادله‌ی سهمی $y_{p'}$: معادله‌ی خط

نکته: در قوس محدب مقدار e همواره منفی است، ولی اگر قرار باشد مقدار e را برای قوس مقعر بدست آورده شود، همین رابطه در یک منفی ضرب می‌شود (ax_p^2) پس:

$$e_g = -(\frac{g_2 - g_1}{2l})x_i^2 = \frac{g_1 - g_2}{2l}x_i^2$$ برای قوس محدب

$$e = (\frac{g_2 - g_1}{2l})x_i^2$$ برای قوس مقعر

مسئله عملی:

قوس قائمی به طول 300^m با شیب ورودی $g_1=5\%$ و شیب خروجی $g_2=3\%$ وجود دارد اگر ارتفاع نقطه‌ی رأس قوس برابر 125.15^m و کیلومتراژ رأس قوس $km_I=2+170$ باشد و بخواهیم قوس را 50^m به 50^m پیاده کنیم، ارتفاع نقطه‌ی روی قوس را برای عملیات اجرایی میخ کوبی محاسبه کنید.

$$A = g_2 - g_1 = 3 - 5 = -2\% < 0 \Rightarrow$$ 

$$H_A = -0.05 \times \frac{300}{2} + 125.15 = 117.63 \quad , \quad km_A = 2 + 170 - 150 = 2 + 020$$

$$H_B = 0.03 \times \frac{300}{2} + 125.15 = 129.65 \quad , \quad km_B = 2 + 170 + 150 = 2 + 320$$

$$y_{50} = \frac{-0.02}{2 \times 300} \times 50^2 + 0.05 \times 50 + 117.65 = 120.067^m$$

$$e_{50} = \frac{0.02}{600} \times 50^2 = 0.083^m$$

$$y_{100} = \frac{-0.02}{600} \times 100^2 + 0.05 \times 100 + 117.65 = 122.317^m$$

$$e_{100} = \frac{0.02}{600} \times 100^2 = 0.33^m$$

$$y_{150} = \frac{-0.02}{600} \times 150^2 + 0.05 \times 150 + 117.65 = 124.1\,9^m$$

$$e_{150} = \frac{0.02}{600} \times 150^2 = 0.75^m$$

$$y_{200}=\frac{-0.02}{600}\times 200^2+200\times 0.5+117.65=126.317^m$$

$$e_{200}=\frac{0.02}{600}\times 200^2=1.33^m$$

$$y_{250}=\frac{-0.02}{600}\times 250^2+0.05\times 250+117.65=128.066^m$$

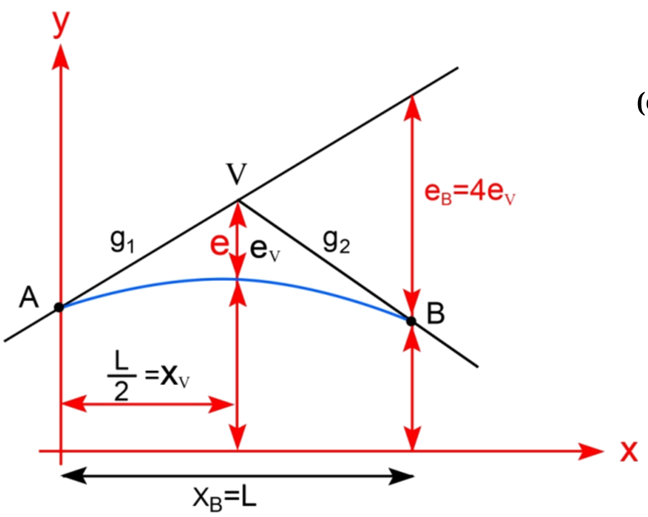
$$e_{250}=\frac{0.02}{600}\times 250^2=2.083^m$$

$$y_{300}=\frac{-0.02}{600}\times 300^2+0.05\times 300+117.65=129.65=H_B$$

$$e_{300}=\frac{0.02}{600}\times 300^2=3^m$$

شماره میخ کوبی	فاصله‌ی پیکتاژ	کیلومتراژ نقاط	فاصله‌ی نقاط از شروع قوس	فاصله‌ی قائم هر نقطه با خط مماس ورودی $(-ax^2)$	ارتفاع نقاط yi=hi
A	50	2+020	0	0	117.65
P1	50	2+070	50	0.083	120.067
P2	50	2+120	100	0.33	122.317
P3	50	2+170	150	0.75	124.111
P4	50	2+220	200	1.33	126.317
P5	50	2+270	250	2.083	128.066
B		2+320	300	3	129.65

همان گونه که پیش‌تر گفته شد خط قائم گذرنده از رأس قوس، قوس را به دو بخش مساوی تقسیم می‌کند پس مقدار x برای انتهای قوس (فاصله‌ی افقی بین ابتدا و انتهای قوس) برابر است با $x_B=L$ و فاصله‌ی افقی تا مرکز قوس $x=\frac{L}{2}$ می‌باشد.



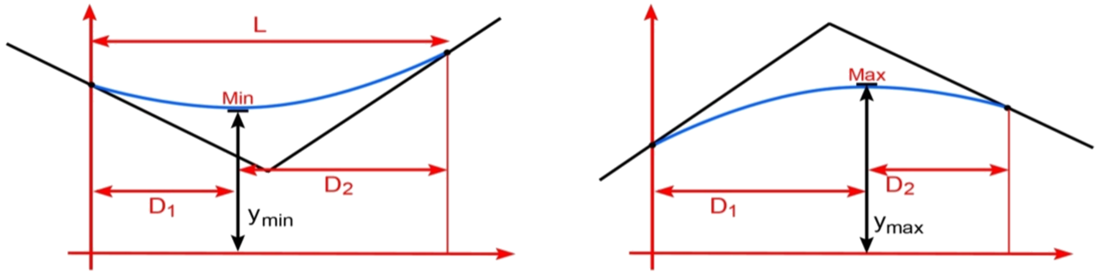
فاصله‌ی قائم وسط و انتهای قوس از مماس ورودی (e_B,e_V)

$$e_i=\frac{-A}{2L}x_i^2 \Rightarrow e_V=\frac{-A}{2L}\times\frac{L^2}{4}\Rightarrow e_V=\frac{-A}{8}\times L$$

$$e_B=\frac{-A}{2L}L^2 \Rightarrow e_B=\frac{-A}{2}L=4\times e_V$$

$$e_B=4e_V \Rightarrow e_V=\frac{1}{4}e_B$$

محاسبه‌ی ارتفاع و فاصله‌ی بالاترین یا پایین‌ترین نقطه روی قوس قائم



۱) اگر شیب ورودی و خروجی هم علامت باشند و علامت هر دو منفی باشد، نقطه‌ی شروع دارای بالاترین ارتفاع است. اگر علامت هر دو مثبت باشد، نقطه‌ی پایان قوس دارای بیشترین ارتفاع خواهد بود و کمترین ارتفاع عکس این است.

۲) تنها زمانی نقطه‌ی بالاترین ارتفاع یا پایین‌ترین ارتفاع در وسط قوس رخ می‌دهد که دو شیب ورودی و خروجی مقدارشان با هم برابر باشد، ولی با علامت مخالف ($g_1=-g_2$ یا $-g_1=g_2$).

۳) در صورتی که شیب ورودی و خروجی هم مقدارشان نامساوی و هم علامتشان مخالف باشد $g_1 \neq g_2$، داریم:

D_1: فاصله‌ی بالاترین یا پایین‌ترین نقطه روی قوس تا شروع قوس.

D_2: فاصله‌ی بالاترین یا پایین‌ترین نقطه روی قوس تا پایان قوس.

y_{min}: ارتفاع پایین‌ترین نقطه روی قوس.

y_{max}: ارتفاع بالاترین نقطه روی قوس.

نقاط ماکسیمم و مینمم در جایی رخ می‌دهد که شیب خط مماس صفر باشد (مشتق در آن نقطه برابر صفر باشد)، پس داریم:

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y' = \frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow y' = 2ax + b = 0 \Rightarrow 2ax = -b \Rightarrow 2a(D_1) = -b \Rightarrow D_1 = \frac{-b}{2a}$$

$$b = g_1 \quad , \qquad a = \frac{g_2 - g_1}{2l} \Rightarrow D_1 = \frac{-g_1 \times 2l}{2(g_2 - g_1)} \Rightarrow D_1 = \frac{g_1}{g_1 - g_2} \times L$$ فاصله‌ی نقطه‌ی اکسترمم از ابتدای قوس

$$D_2 = \frac{g_2}{g_2 - g_1} \times L$$ فاصله‌ی نقطه‌ی اکسترمم از انتهای قوس

حال جهت بدست آوردن ارتفاع نقطه‌ی اکسترمم کافی است مقدار D_1 در معادله‌ی سهمی درجه دو قرار داده شود تا به ارتفاع نقطه‌ی اکسترمم رسید پس:

$$y_{\substack{Max\\min}}=(\frac{g_2-g_1}{2l})D_1^2+g_1D_1+HA=\frac{g_2-g_1}{2l}(\frac{g_1\times L}{g_1-g_2})^2+g_1(\frac{g_1\times L}{g_1-g_2})+H_A$$

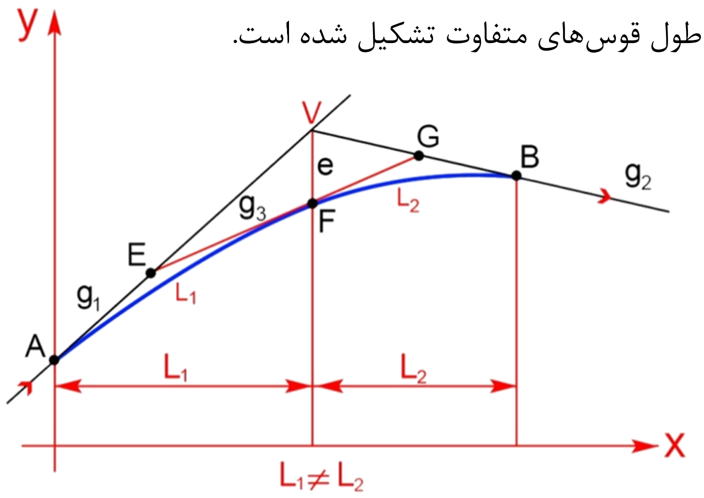
$$\Rightarrow y_{\substack{max\\min}}=\frac{g_1^2\times L}{2(g_1-g_2)}+H_A\Rightarrow y_{\substack{max\\min}}=\frac{D_1\times g_1}{2}+H_A$$

مثال: اگر قوس قائم با مشخصات زیر وجود داشته باشد، مطلوب است محاسبه‌ی ارتفاع نقاط جهت پیاده سازی قوس 20 به 20 متر و ارتفاع و فاصله‌ی نقطه‌ی اکسترمم قوس از ابتدای قوس.

$$g_1=6\%\quad g_2=3\%\quad L=200\quad km_I=3+241\qquad H_A=1250.11^m$$

ب) سهمی با مماس‌های نابرابر:

این قوس از ترکیب دو قوس سهمی درجه دو با طول قوس‌های متفاوت تشکیل شده است.



$$AF=L_1\ ,\ FB=L_2\Rightarrow \overline{AB}=L_1+L_2$$

$$g_3=\frac{g_1L_1+g_2L_2}{L_1+L_2}$$

$$HE=HA+(\frac{L_1}{2})g_1\quad H_G=H_V+(\frac{L_2}{2})g_2$$

$$e=\frac{g_2-g_1}{2(l_1+l_2)}l_1\times l_2$$

مثال: دو امتداد مستقیم یک مسیر در صفحه قائم با شیب‌های $g_1=-2.3\%$, $g_2=+3.5\%$ به و سیله یک قوس سهمی درجه دو به یکدیگر متصل شده‌اند. اگر کیلومتراژ نقطه‌ی شروع قوس برابر 2+150، کیلومتراژ رأس قوس برابر 2+350، ارتفاع رأس قوس 451.36 متر و میخ کوبی قوس به فاصله‌های افقی 50^m در نظر گرفته شده باشد مطلوب است. محاسبه‌ی طول قوس قائم و کیلومتراژ نقاط شروع و پایان قوس و تعیین تقعر یا تحدب قوس و رسم شکل آن و تنظیم جدولی با ذکر جزئیات به منظور میخ کوبی قوس روی زمین.

مثال: به وسیله یک قوس سهمی درجه دو به طول 360، دو خط پروژه با شیب‌های $g_1 = 3\%$, $g_2 = -2.5\%$ که در نقطه‌ی v به کیلومتراژ 260+3 و ارتفاع 367.46 همدیگر را قطع کرده‌اند، به یکدیگر متصل شده‌اند. مطلوب است محاسبه‌ی کیلومتراژ، ارتفاع نقاط شروع و پایان قوس قائم، ارتفاع نقطه‌ی وسط قوس، محاسبه‌ی فاصله‌ی قائم رأس قوس تا وسط قوس، تعین تحدب یا تقعر قوس، محاسبه‌ی بالاترین (یا پایین‌ترین) نقطه روی قوس، نسبت به شروع قوس محاسبه‌ی ارتفاع نقطه max (یا min) قوس و در نهایت، تنظیم جدولی جهت پیاده سازی قوس با فاصله‌های 50^m به 50^m .

مثال: در یک بزرگراه به منظور اتصال یک شیب %2.5- با یک شیب %3.5- برای یک بزرگراه متصل کند. یک قوس قائم از نوع سهمی درجه دو با طول مماس‌های نامساوی استفاده خواهد شد. ارتفاع و کیلومتراژ نقطه‌ی برخورد شیب‌ها برابر 115.16 و 23+125.26 می‌باشد و برای رسیدن به شرایط ویژه مکانی، کیلومتراژ نقطه‌ی تماس ورودی باید 23+036.11 باشد. اگر طول کل قوس قائم 160 باشد مقادیر لازم جهت پیاده کردن این قوس روی زمین را به گونه‌ای کامل محاسبه کنید. (فاصله‌ی میخ کوبی 20 به 20 باشد)

Key Terms	
Arc	Arc definition
Centerline	Central angle
Chord	Chord definition
Circular curve	Construction
Contours	Deflection angle
Degree of curve	Direction of travel
Elevation	External distance
Grade	Horizontal curve
Length of arc	Mid-ordinate distance
Offset	Parabola
Percent of slope	Radian
Radius	Radius point
Rate of change	Right of way
Sag curve	Slope stakes
Stationing	Summit curve
Tangent	Tangent offsets
Vertical curves	

Example Problem 1

Problem B-5 1990 LS

You have been provided design criteria shown in the diagrams 1, 2, and 3, below and on the next page.

Answer the following questions using the information provided in the diagrams.

1. Determine the ground elevation of the back of the sidewalk at the following locations:
    1. Driveway centerline
    2. Southeasterly property corner
    3. Southwesterly property corner

2. Provide the grade percentage between Point C and the building pad. Show all calculations.

3. What is the slope ratio from Point A to the toe of slope?

4. Calculate the cut from the back of the sidewalk to the sewer lateral invert at the property line.

5. Calculate the distance from the north property line to the toe of slope at Point B.

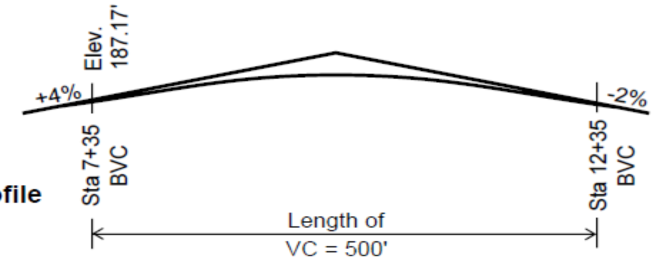


Diagram 1
Street ℄ Profile

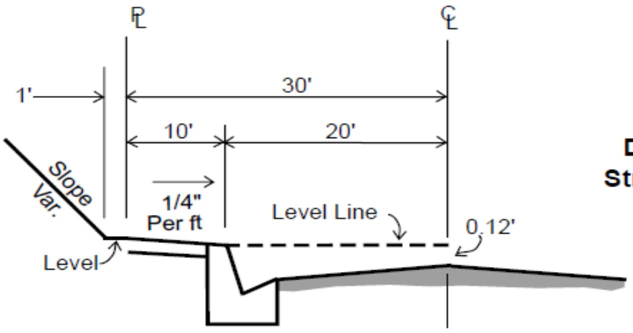


Diagram 2
Street Section

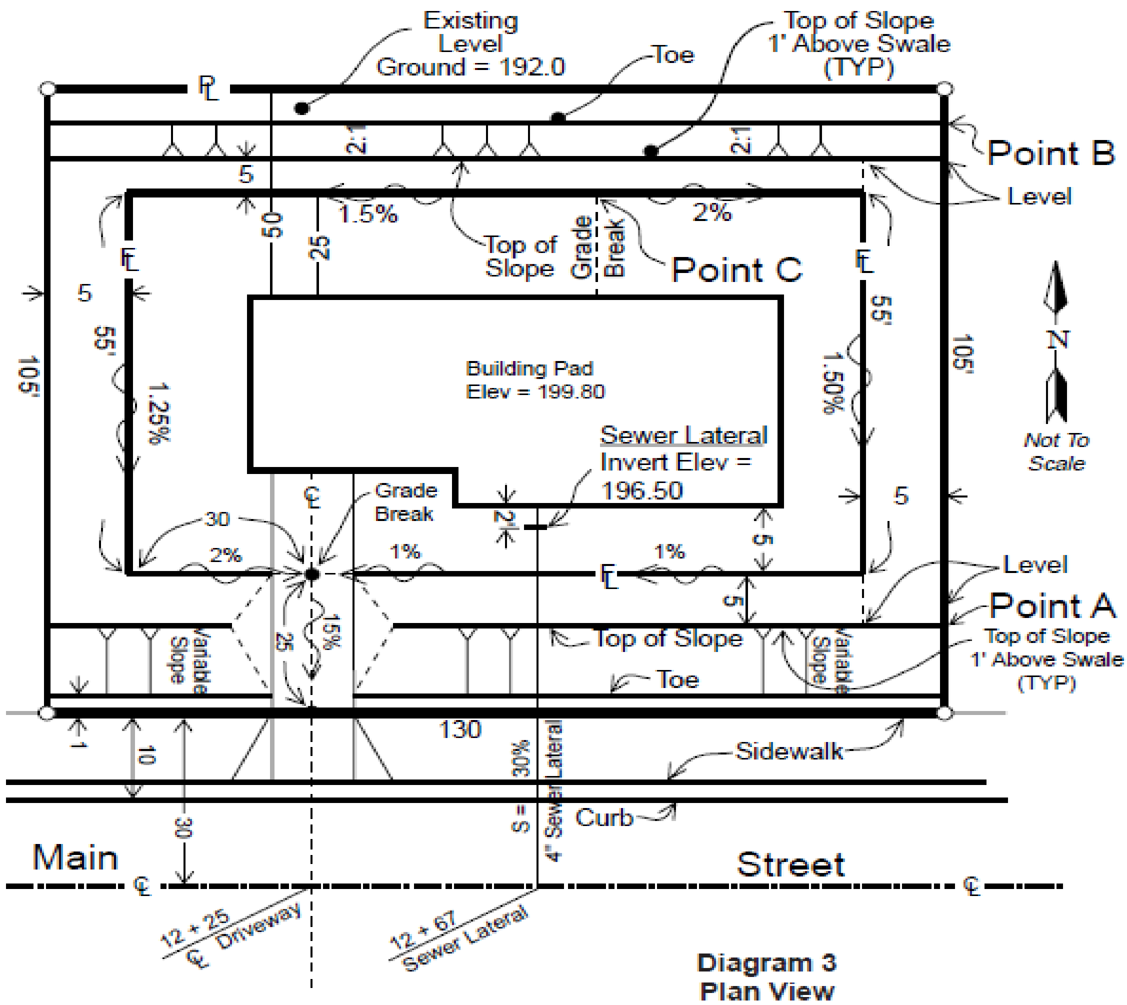


Diagram 3
Plan View
(all dimensions are in ft)

Solution of 1990 California LS Examination Problem B-5
NOTE: See video for solution methodology; ±0.02' is acceptable for all answers.

1. Calculation of the elevation of the back of sidewalk at the:
   A. Centerline of the driveway: 192.69'
   B. Southeasterly property corner: 190.80'
   C. Southwesterly property corner: 193.28'

2. Grade percentage of the slope between Point C and the top of building pad: 3.40%

3. Slope ratio from Point A to toe of slope opposite Point A: 39.68% or 2.52/1

4. Cut from the back of sidewalk to the invert of sewer lateral at the property line: C-3 76'

5. Distance from the north property line to toe of slope at point B: 5.66'

Sample Test Questions

1. What is the "station" of the ending point of a surveyed line originating at "sta. 23+45.50" that has a measured length of 412.91 ft?
   A. Sta. 19+32.59
   B. Sta. 27+58.41
   C. Sta. 19+32.41
   D. Sta. 27+58.59

2. How far apart is survey point "G" (sta. 61+56.81) and survey point "H" (sta. 24+12.93) ?
   A. 8,569.26
   B. 3,743.22
   C. 3,743.88 ft
   D. 8,569.74 ft

3. A section of road rises 18.50 ft in 435 ft (horizontal run). What is the percentage of slope for this section of the road (nearest two decimal places)?
   A. +4.25%
   B. -4.25%
   C. +4.05%
   D. -4.05%

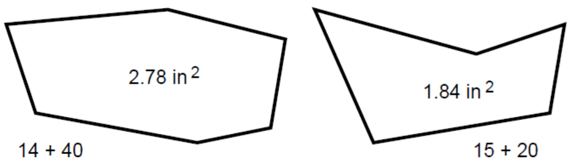
4. The percentage of slope for a proposed ramp is -2.65%. What is the change in elevation of this ramp for a horizontal length of 412 ft?
   A. +10.92
   B. +100.92
   C. -10.92 ft
   D. -100.92

5. A distance measured perpendicularly from the center or base line of a survey project is called:
   A. agonic line
   B. an offset
   C. tangent correction line
   D. secant correction line

6. Stationing and offsets may define a ______________ system.
   A. solar correction
   B. plane coordinate
   C. cadastral
   D. construction

7. NGVD[1]1929 is one of the control systems that _____________ are referenced to.
   A. elevations
   B. solar positions
   C. horizontal positions
   D. GIS data bases

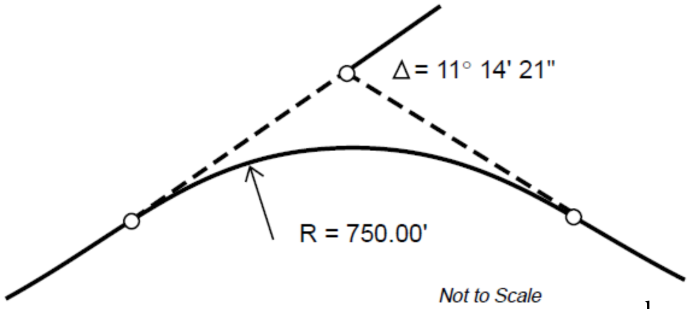
8. Two cross sections, plotted at a horizontal scale: 1 in=40 ft, and vertical scale: 1 in=10 ft, along with their areas are shown in the sketch below. Compute the volume (in cubic yards) contained between the two stations.
   A. 147,840
   B. 73,920
   C. 16,427
   D. 2,738



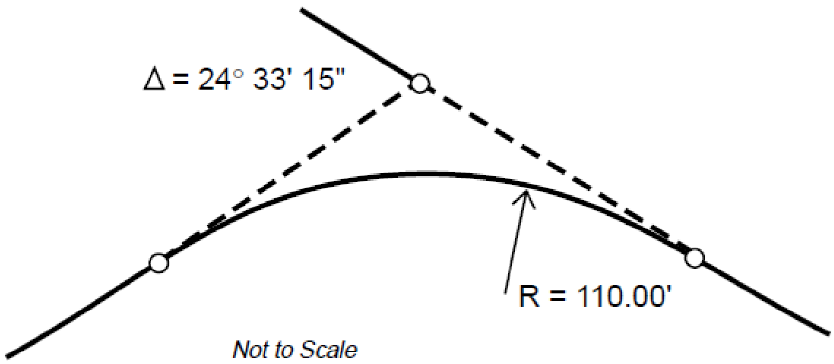
9. In laying out a highway for construction, slope stakes are needed. A fill is required at station 14+40; centerline elevation 48.75. The full width of the road from top of slope to top of slope is 36 ft and is level. The road design specifies side slopes of 2.5/1. A trial shot is taken 40.0 ft from the centerline at elevation 42.3. Assuming natural ground is fairly level, how far and in which direction from the trial shot should the "catch point" be located and staked?
   A. 19.4 ft toward centerline
   B. 5.9 ft away from centerline
   C. 5.9 ft toward centerline
   D. 19.4 ft away from centerline

10. What is the length of arc for the horizontal curve shown in the sketch below?
   A. 73.79 ft
   B. 147.12 ft
   C. 146.88 ft
   D. 145.85 ft

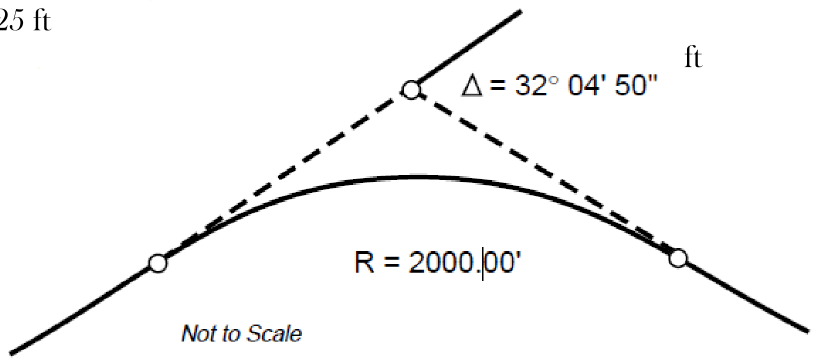
[1] Since The Sea Level Datum Of 1929 Was A Hybrid Model, It Was Not A Pure Model Of Mean Sea Level, The Geoid, Or Any Other Equipotential Surface. Therefore, It Was Renamed The National Geodetic Vertical Datum Of 1929 (Ngvd 29) In 1973. The Ngvd 29 Was Subsequently Replaced By The North American Vertical Datum Of 1988 (Navd 88) Based Upon The General Adjustment Of The North American Datum Of 1988



11. What is the length of tangent for the horizontal curve shown in the sketch below?
    A. 47.14 ft
    B. 46.78 ft
    C. 46.71 ft
    D. 23.94 ft



12. What is the length of long chord for the horizontal curve shown in the sketch below?
    A. 1,119.82 ft
    B. 1,118.58 ft
    C. 1,105.25 ft
    D. 575.01 ft



13. For a highway curve with a degree of curve of 06° 30’, what is the length of chord between sta.16+32.09 and sta. 17+51.86?
    A. 119.65 ft
    B. 119.68 ft
    C. 119.77 ft
    D. 119.81 ft

14. From the given curve design data, calculate the stations of the BC and EC of this horizontal curve.

R = 1270.00 ft

Sta. @ PI = 34+21.89

I = 26° 14’ 11”

A. BC = 31+25.93; EC = 37+17.85
B. BC = 31+31.13; EC = 37+12.67
C. BC = 31+26.42; EC = 37+10.48
D. BC = 31+25.93; EC = 37+07.48

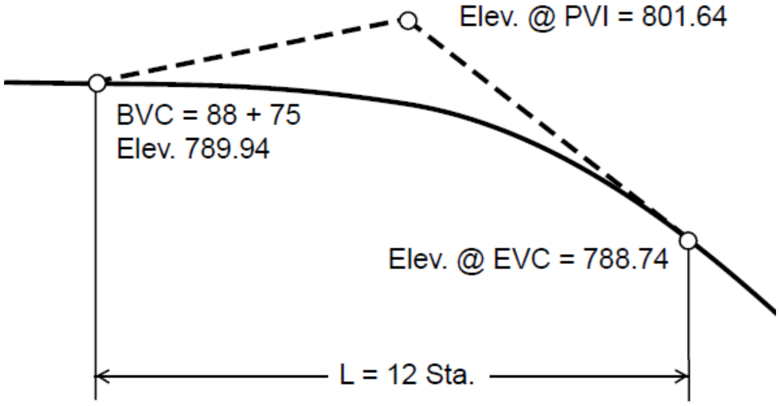
15. From the following design information for a circular curve:
R = 760.00 ft; delta = 12° 04’ 15”; Sta @ BC = 9+63.04

What is the deflection angle (from the BC) to sta. 10+80?

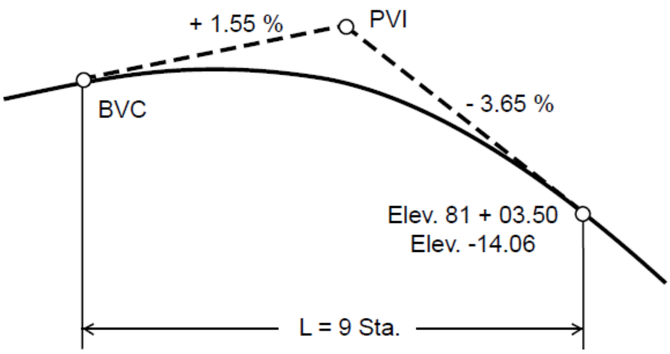
A. Deflection angle = 04° 24’ 32”
B. Deflection angle = 04° 24’ 03”
C. Deflection angle = 08° 49’ 06”
D. Deflection angle = 08° 48’ 06”

16. From the equal-tangent vertical curve data given in the sketch below, calculate the values of g1 and g2.

A. g1 = -1.95%; g2.= +2.15%
B. g1 = +1.95%; g2.= -2.15%
C. g1 = -0.51%; g2.= +0.46%
D. g1 = +0.51%; g2.= -0.46%



17. Using the equal-tangent vertical curve data given in the sketch below, calculate the station and elevation for the PVI and the BVC of the curve.



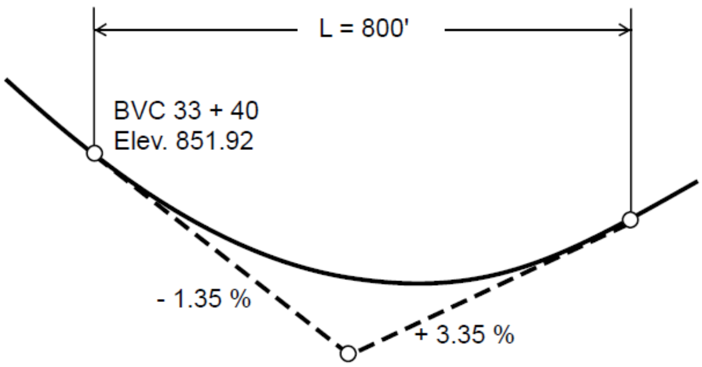
A. Sta. of BVC = 72+03.50; elev. = -9.34 Sta. of PVI = 21+45.50; elev. = -2.36
B. Sta. of BVC = 72+03.50; elev. = -4.62 Sta. of PVI = 76+53.50; elev. = 2.36
C. Sta. of BVC = 72+03.50; elev. = 4.62 Sta. of PVI = 21+45.50; elev. = 2.36
E. Sta. of BVC = 72+03.50; elev. = 9.34 Sta. of PVI = 21+45.50; elev. = 2.36

18. An equal-tangent vertical curve has the following design data:
g_1 = -3.65%; g_2 = -0.30%; L = 4 sta.

What is the rate of change for this curve?

A. +0.988% per full station
B. – 0.988% per full station
C. +0.838% per full station
D. – 0.838% per full station

19. Using the design data for the equal-tangent vertical curve shown in the sketch below, calculate the station and elevation for the low point of the curve.



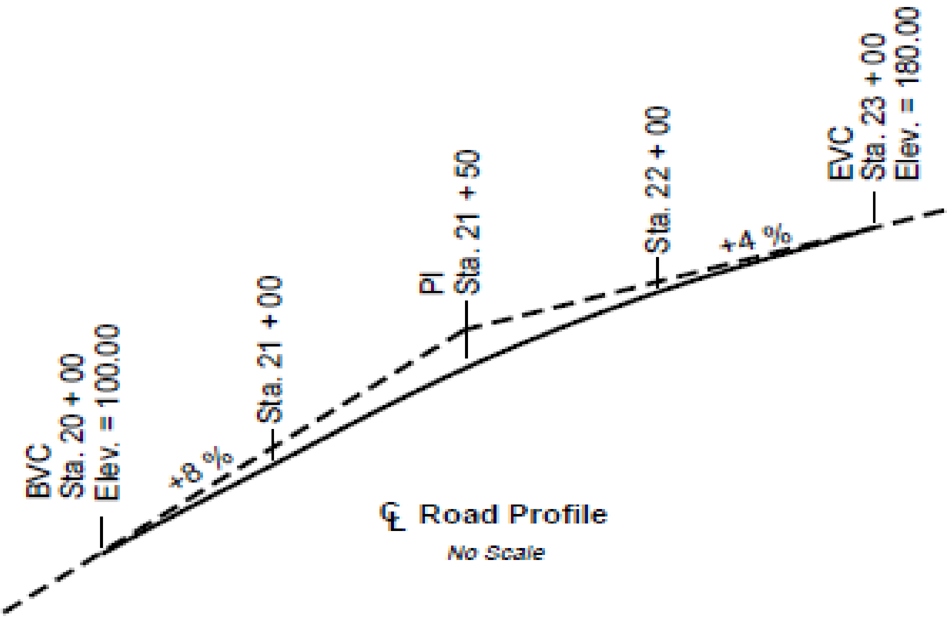
A. Low point station = 35+65; elev. = 850.31
B. Low point station = 35+70; elev. = 850.37
C. Low point station = 35+70; elev. = 850.41
D. Low point station = 35+90; elev. = 850.37

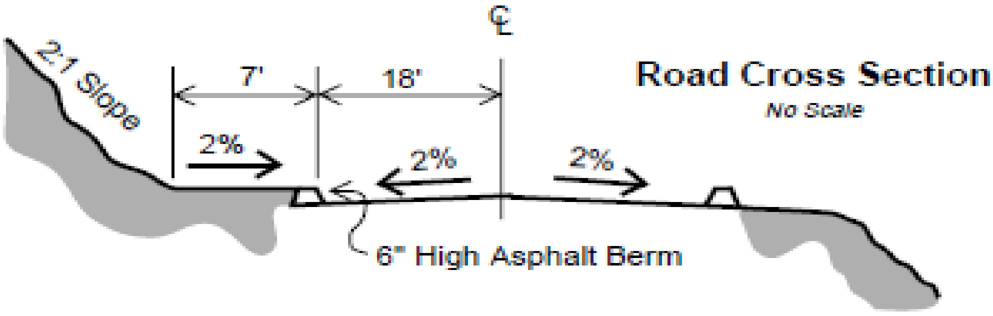
20. Problem A-6 1992 LS
A surveyor has been requested to set a slope stake at a five-ft offset as shown on the following data sheet. Place the slope stake for the daylight cut at Station 21+00. Assume the slope has a uniform grade between topo shots.

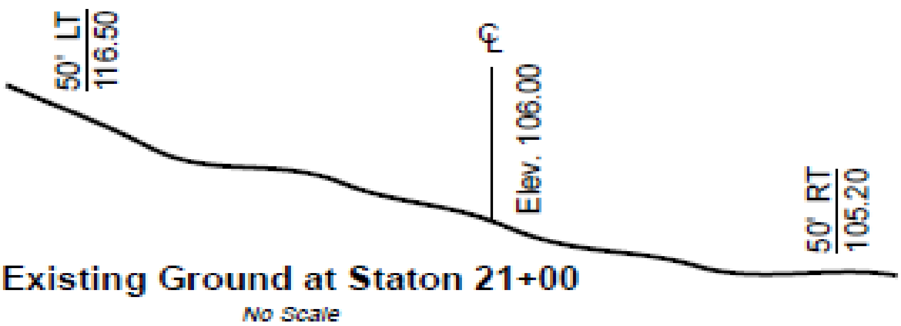
Requirements: Answer the following questions using the information provided on the data sheet.

A. Determine the following for Station 21+00:
   1. Centerline elevation
   2. Hingepoint elevation (toe of 2:1 slope)
   3. Distance left from centerline for offset stake

B. What specific information should be put on the stake to construct the daylight cut and toe of slope as required above?







NOTE: All units are in ft unless otherwise stated

21. Problem B-5 1991 LS

During the rough grading phase of construction, you discovered a 12-inch water pipe crossing the roadway at Station 18+50. The elevation on top of the pipe is 730.92 ft. You have communicated this information to the project engineer who has asked you to calculate and lay out an equal tangent vertical curve so that the top of pavement passes 36 in above the top of the water pipe with the following design elements:

Vertical curve beginning at Station 16+50 (Vertical Curve #2)

G_1 = +8.75%

G_2 = -1.50%

A drop inlet needs to be installed at the lowest possible elevation between the beginning and end of horizontal curve #1 along the flowline.

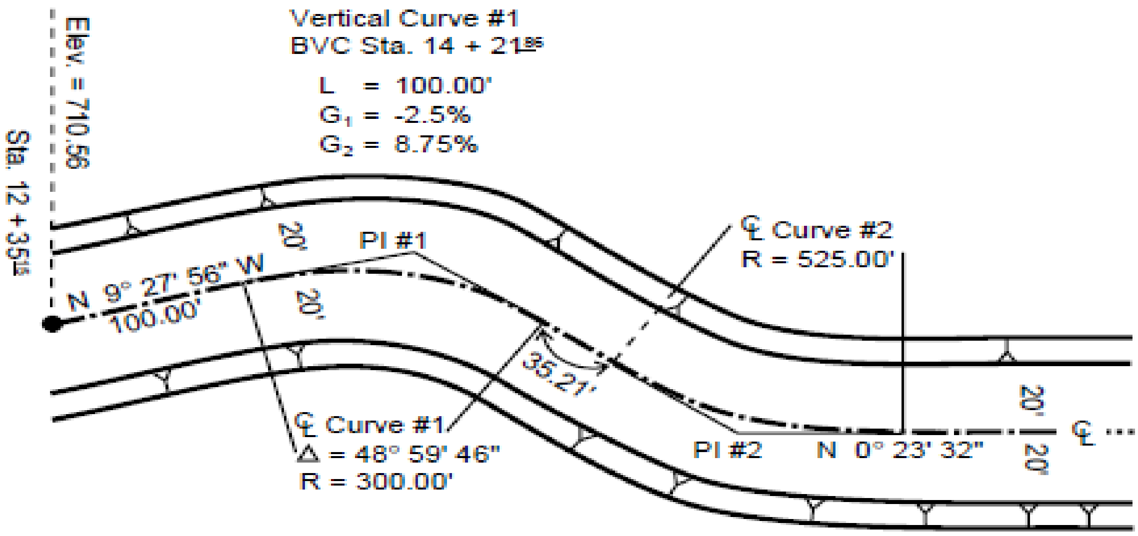
Required:

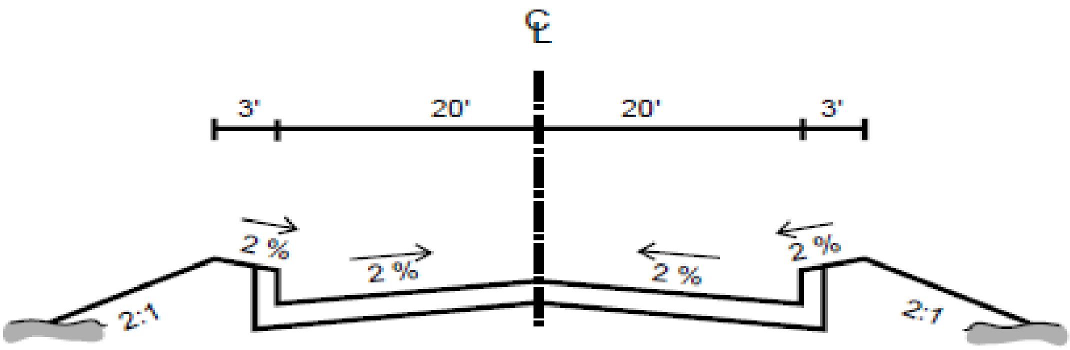
Show all work in completing the following requirements.

A. Calculate the following elements of horizontal curve #1:
   1. Tangent
   2. Length
   3. EC Station

B. Calculate the delta of horizontal curve #2.
C. Calculate
   1. The station, and
   2. The elevation of the top of the drop inlet to be installedbetween the beginning and the end of horizontal curve #1.
D. Calculate the following elements of the equal tangent vertical curve #2:
   1. Total length
   2. Point of Vertical Intersection Station
   3. Pavement elevation at the intersection of the centerline and the water pipe

Plan View of Future Roadway





Typical Cross Section

Not to Scale

Answer Key

1. (sta. 27+58.41)

2. C. (3,743.88 ft)

3. A. (+4.25%)

4. C. (-10.92 ft)

5. B. (an offset)

6. B. (plane coordinate)

7. A. (elevations)

8. D. (2,738)

9. C. (5.9 ft towards the centerline)

10. B. (147.12 ft)

11. D. (23.94 ft)

12. C. (1,105.25 ft)

13. B. (119.68 ft)

14. D. (the sta. of BC is 31+25.93; the sta. of EC is 37+07.48)

15. A. (the deflection angle to sta. 10+80, is 04° 24' 32")

16. B. (G1 = +1.95%; G2 = -2.15%)

17. B. (Sta. @ BVC = 72+03.50; elev. = -4.62)

    (Sta. @ PVI = 76+53.50; elev. = 2.36)

18. C. (+0.838% per full station)

19. B. (sta. of "low point" = 35+70; elev. = 850.37)

20. NOTE: By using graph paper, the reader may solve or check certain elements of this problem by plotting and scaling

20A. Calculation of the required elevations and offset distance:

1. Centerline grade of the road @ 21+00 by vertical curve computation: 107.33'
2. Elevation at hingepoint: 107.61'
3. Distance out from centerline for daylight stake: 42.6' ± 0.5'

20B. 1. Indicate that stake is set five ft offset from daylight at top of slope.

1. Indicate a 6^{3}" from begin daylight or 7^{3}" from offset stake.
2. Indicate that the design slope is 2:1

OR a cut of 6^{3} out 12^{5} from daylight

OR a cut of 7^{3} out 17^{5} from offset stake.

21A. Given: delta = 48° 59' 46", R = 300.00'

1. $T = R\tan \Delta/2$ = (300.00) (tan 24° 29' 53") = 136.71
2. $L = 2\pi R \dfrac{\Delta}{360°} = \dfrac{2\pi\ (300)\ 48°\ 59'\ 46''}{360°} = 256.54$
3. Station 12+35.15 (Station given)

$$\frac{1+00.00}{13+35.15} \quad \text{(Given tangent length to BC)}$$

$$\frac{2+56.54}{15+91.69\ \text{EC}} \quad \text{(Length of arc)}$$

21B. First tangent S 09° 27' 56" E

First delta	+ 48° 59' 46"
Second tangent	S 39° 31' 50" W
Second tangent	S 39° 31' 50" W
Last tangent	-S 00° 23' 32" W
Delta curve #2	39° 08' 18"

21C

1. $l = \dfrac{g_1}{r}$

$$r = \frac{g_2 - g_1}{L} = \frac{8.75 - (-2.5)}{1} = 11.25$$

$$l = \frac{-2.5}{11.25} = 0.2222 \text{ station}$$

Given: BVC station 14+21.86

station of lowest point $\frac{+22.22}{14+44.08}$

3. Elev. $_P = (\frac{r}{2})\ l^2{}_P + g1\ (l_p) + \text{Elev}_{BVC} = \frac{11.25}{2}\ (.222^2) = (-2.5)\ (.222) + 705.89 = 705.61$

Elev.$_{\text{top inlet}}$= 705.61 – (.02) (20) = 705.21

21D

4. Data given for Vertical Curve #2

g_1 = +8.75% g_2 = -1.50% BVC$_{sta.}$ = 16+50

Compute BVC #2$_{elev.}$:

PIVC #1$_{elev.}$ = (14+71.86 – 12+35.15)(-2.5%)+710.56 = 704.64

BVC #2$_{elev.}$ = (16+50.00 – 14+71.86)(8.75%)+784.64 = 720.23

Elev. Required @ 18+50 = 730.92+3.00+0.40 = 734.32

$$r = \frac{g_2 - g_1}{L}$$

l = 2 stations

$$\text{elev.}_p\ (\frac{r}{2})\ l^2{}_P + g1\ (l_p) + \text{Elev}_{BVC} = 734.32 = (\frac{1}{2})\ (\frac{-1.50+8.75}{L})\ (2^2) +$$

8.75(2) + 720.23

L = 6.01 sta. or round to 600’

2. PIVC #2$_{sta.}$ = 16+50 + 300’ = 19+50

3. Existing pipe elev. 730.92

Plus 3.00

Plus crown (gutter to centerline) 3.00

Pavement centerline over top of pipe $\frac{0.40}{734.32}$

Example Problem 2

1. A circular curve is most suited for connecting

(*a*) two straights in horizontal plane only.

(*b*) two straights in vertical plane only.

(*c*) two straights, one in horizontal plane and the second in vertical plane.

(*d*) two straights in horizontal plane or vertical plane.

2. A compound curve consists of

(*a*) two circular arcs of same radius only.

(*b*) two circular arcs of different radii only.

(*c*) two circular arcs of different radii with their centers of curvature on the same side of the common tangent only.

(*d*) two or more circular arcs of different radii with their centers of curvature on the same side of the common tangent.

3. A reverse curve consists of

(*a*) two circular arcs of different radii with their centers of curvature on the same side of the common tangent only.

(*b*) two circular arcs of same radius with their centers of curvature on the same side of the common tangent only.

(*c*) two circular arcs of different radii with their centers of curvature on the opposite side of the common tangent only.

(*d*) two circular arcs of same or different radii with their centers of curvature on the opposite side of the common tangent.

4. A transition curve is a special type of curve which satisfies the condition that

(*a*) at the junction with the circular curve, the angle between the tangents to the transition curve and circular curve should be 90°.

(*b*) at the junction with the circular curve, the angle between the tangents to the transition curve and circular curve should be zero.

(*c*) its curvature at its end should be infinity.

(*d*) its curvature at its end should be infinity.

5. The most widely used transition curve for small deviation angles for simplicity in setting out is

(*a*) cubic parabola. (*b*) cubic spiral. (*c*) lemniscate curve. (*d*) hyperbola.

6. The following curve has the property that the rate of change of curvature is same as the rate of change of increase of superelevation:

(*a*) Reverse curve. (*b*) Compound curve. (*c*) Transition curve. (*d*) Vertical curve.

7. A parabola is used for

(*a*) summit curves alone. (*b*) sag curves alone.

(*c*) both summit and sag curves. (*d*) none of the above.

8. A parabola is preferred for vertical curves because it has the following property:

(*a*) The slope is constant throughout.

(*b*) The rate of change of slope is constant throughout.

(*c*) The rate of change of radial acceleration is constant throughout.

(*d*) None of the above.

9. The shortest distance between the point of commencement and the of end point of tangency of a circular curve is known as

(*a*) Long chord. (*b*) Normal chord. (*c*) Sub-chord. (*d*) Half-chord.

10. The long chord of a circular curve of radius R with deflection angle Δ is given by

(*a*) 2R cos(Δ /2). (*b*) 2R sin(Δ /2). (*c*) 2R tan(Δ /2). (*d*) 2R sec(Δ /2).

11. The lengths of long chord and tangent of a circular curve are equal for the deflection angle of

(*a*) 30°. (*b*) 60°. (*c*) 90°. (*d*) 120°.

12. The degree of a circular curve of radius 1719 m is approximately equal to

(*a*) 1°. (*b*) 10°. (*c*) 100°. (*d*) None of the above.

13. If the chainage of point of commencement of a circular curve for a normal chord of 20 m is 2002.48 m, the length of the first sub-chord will be

(*a*) 2.48 m. (*b*) 17.52 m. (*c*) 20 m. (*d*) 22.48 m.

14. If the chainage of point of tangency of a circular curve for a normal chord of 20 m is 2303.39 m, the length of the last sub-chord will be

(*a*) 3.39 m. (*b*) 16.61 m. (*c*) 23.39 m. (*d*) none of the above.

15. For an ideal transition curve, the relation between the radius r and the distance l measured from the beginning of the transition curve, is expressed as

(*a*) $l \propto r$ (*b*) $l \propto r^2$ (*c*) $l \propto 1/r$ (*d*) $l \propto 1/r^2$

16. For a transition curve, the shift S of a circular curve is given by

(*a*) $\frac{L}{24R^2}$ (*b*) $\frac{L^2}{24R^2}$ (*c*) $\frac{L^3}{24R^2}$ (*d*) $\frac{L^3}{24R}$

17. For a transition curve, the polar deflection angle α_S and the spiral angle Δ_S are related to each other by the expression

(*a*) $\alpha_S = \frac{\Delta_S}{2}$ (*b*) $\alpha_S = \frac{\Delta_S}{3}$ (*c*) $\alpha_S = \frac{\Delta_S}{4}$ (*d*) $\alpha_S = \frac{\Delta_S^2}{3}$

18. To avoid inconvenience to passengers on highways, the recommended value of the centrifugal ratio is (*a*)1. (*b*) 1/2. (*c*) 1/4. (*d*) 1/8.

19. The following value of the change in radial acceleration passes unnoticed by the passengers:

(*a*) 0.003 m/s^2/ sec (*b*) 0. 03 m/s^2/ sec (*c*) 0. 3 m/s^2/ sec (*d*) 3.0 m/s^2/ sec

20. The curve preferred for vertical curves is a

(*a*) circular arc. (*b*) spiral. (*c*) parabola. (*d*) hyperbola.

21. If an upgrade of 2% is followed by a downgrade of 2%, and the rate of change of grade is 0.4% per 100 m, the length of the vertical curve will be

(*a*) 200 m. (*b*) 400 m. (*c*) 600 m. (*d*) 1000 m.

22. For a vertical curve if x is the distance from the point of tangency, the tangent correction is given by

(*a*) Cx. (*b*) Cx^2. (*c*) Cx^3. (*d*) Cx^4.

ANSWERS

1. (*a*)	**2.** (*d*)	**3.** (*d*)	**4.** (*b*)	**5.** (*a*)	**6.** (*c*)
7. (*c*)	**8.** (*b*)	**9.** (*a*)	**10.** (*b*)	**11.** (*d*)	**12.** (*a*)
13. (*b*)	**14.** (*a*)	**15.** (*c*)	**16.** (*d*)	**17.** (*b*)	**18.** (*c*)
19. (*c*)	**20.** (*c*)	**21.** (*a*)	**22.** (*b*)		

پیوست

انواع قوس‌های اتصال کاربردی

Bloss Spiral

این نوع قوس اتصال دارای یک معادله‌ی سهمی درجه پنج می‌با شد. در این نوع قوس نسبت تغییرات طول به شـــعاع، کوچک بوده و در نتیجه، مقدار K بزرگ‌تر از کلوتوئید خواهد بود. با وجود این خواص از این نوع قوس در طراحی خطوط راه آهن استفاده می‌شود.

$$K = \frac{1}{R \times L}$$

فرمول

زاویه‌ی مرکزی قوس اتصال بلُس:

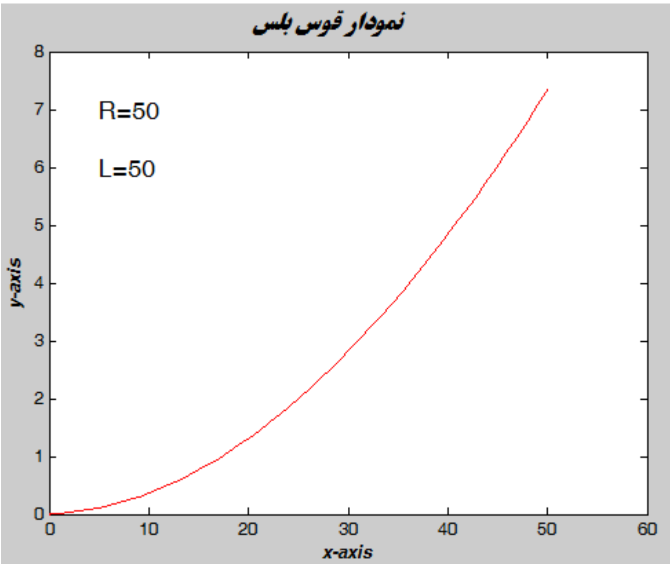
$$\theta = \frac{l^3}{RL^2} - \frac{l^4}{2RL^3}$$

مقدار فاصله‌ی نقطه روی منحنی از نقطه‌ی مماس روی طول مماس:

$$X = L - \frac{L^3}{43.8261R^2} + \frac{L^5}{3696.63R^4}$$

مقدار فاصله‌ی نقطه روی منحنی از طول مماس:

$$Y = \frac{3L^2}{20R} - \frac{L^4}{363.175R^3}$$



Sinusoidal Curves

این منحنی دارای انحناء یکنواختی بوده و برای زاویه‌های انحراف بین ۰ تا ۹۰ درجه مورد استفاده می‌باشد. منحنی سینوسی به صورت گسترده مورد استفاده قرار نمی‌گیرد زیرا خیلی تندتر از منحنی‌های اتصال می‌باشد

و بنابراین، به سختی پیاده شده و مورد استفاده قرار می‌گیرد.

فرمول

زاویه‌ی مرکزی قوس اتصال سینوسی:

$$\theta = \frac{l^2}{2RL} + \left(\frac{L}{4\pi^2 R}\right)\left[\cos\left(\frac{2\pi l}{L}\right) - 1\right]$$

r شعاع انحناء برای هر نقطه بر روی قوس می‌باشد

$$r = \frac{2\pi LR}{2\pi l - L * \sin\left(\frac{2\pi l}{L}\right)}$$

Sine Half-Wavelength Diminishing Tangent Curve

نصف طول موج سینوسی کاهش یافته

معمولاً این شکل از معادله، در ژاپن برای طراحی راه آهن استفاده می‌شود. این منحنی در مواقعی که نیاز به قوس با تغییر انحنای موثر برای زاویه‌های انحراف کم می‌باشد، مفید است (به خصوص در مسیر وسائل دینامیکی)

فرمول

Sine Half-Wavelength Diminishing Tangent curves can be expressed as:

$$y = \frac{X^2}{R}\left[\frac{a^2}{4} - \frac{1}{2\pi^2}\{1 - \cos(a\pi)\}\right]$$

که در آن $a = \frac{x}{X}$ و x به ترتیب فاصله از شروع تا نقطه بر روی قوس و زاویه هر نقطه با طول مماس می‌باشد.

و X مجموع طول‌ها تا پایان قوس می‌باشد.

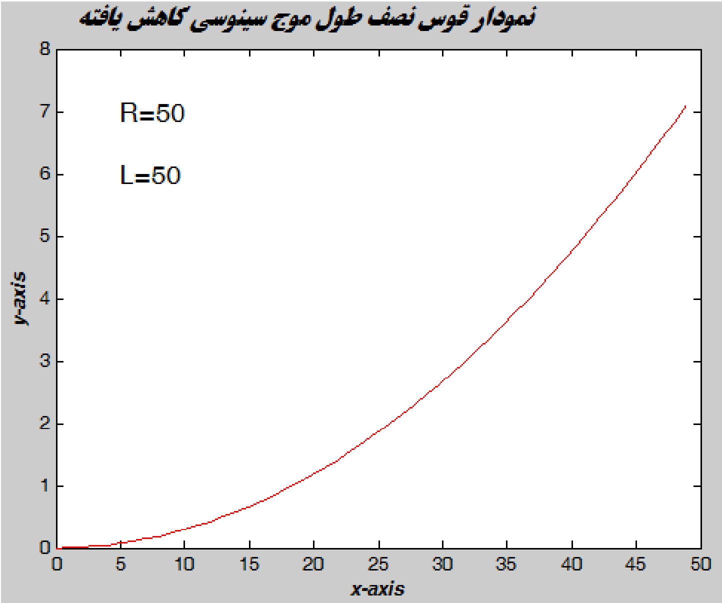
مقدار فاصله‌ی هر نقطه تا ابتدای قوس بر روی طول مماس:

$$X = L - \left(\frac{2\pi^2 - 9}{48\pi^2}\right) * \frac{L^3}{R^2} = L - 0.0226689447\frac{L^3}{R^2}$$

مقدار فاصله‌ی نقطه روی منحنی از طول مماس:

Tangent offset distance at spiral-curve point from tangent-spiral point is:

$$Y = \left[\frac{1}{4} - \frac{1}{\pi^2}\right] * \frac{X^2}{R} = 0.14867881635766\frac{X^2}{R}$$



Cubic Spiral (JP)

قوس اتصال درجه سه

ژاپنی‌ها این قوس اتصال را بر حسب نیازهایشان توسعه دادند که تقریبی از کلوتوئید است و برای شرایطی که زاویه‌ی انحراف کوچک یا شعاع بزرگ باشد، توسعه یافته و استفاده می‌شود.

فرمول

Cubic Spirals (JP) can be expressed as:

$$y = \frac{x^3}{6RX}$$

Where X = Tangent distance at spiral-curve point from tangent-spiral point

که در آن X

This formula can also be expressed as:

$$\tan(\theta_s) = \frac{x^2}{2RX}$$

در رابطه بالا θ زاویه‌ی مرکزی قوس اتصال می‌باشد. (که در شکل بعنوان i_1 و i_2 نشان داده شده)

Other key expressions:

Tangent distance at spiral-curve point from tangent-spiral point is:

$$X = L * \left[\frac{10}{10 + \tan(\theta_s)^2} \right]$$

Tangent offset distance at spiral-curve point from tangent-spiral point is:

$$TotalY = \frac{X^2}{6R}$$

Cubic Parabolas

قوس سهمی درجه سه

قوس سهمی درجه سه نسبت به قوس اتصال درجه سه با سرعت کمتری همگرا می‌شود، به همین دلیل از این قوس نسبت به قوس اتصال درجه سه، در راه‌آهن و بزرگراه‌ها بیشتر استفاده می شود. با اینکه از دقت کمتری نسبت به قوس اتصال درجه سه برخوردار است و به سادگی می‌توان آن را در سیستم دکارتی بیان کرد و به راحتی آن را پیاده نمونَد. به این دلیل بیشتر مهندسین در راه‌آهن و بزرگراه‌ها از این نوع قوس استفاده می‌کنند

فرمول

When θ -> zero -> we can assume that cos θ = l, then *x* = *l*.

Further, if we assume that sin θ = θ , then

x = *l* and *TotalX = (approximately) L*

Substituting this approximation helps us obtain the following equation:

$$y = \frac{x^3}{6RL}$$

All other parameters are the same as the clothoid spiral.

Minimum Radius of Cubic Parabola

The radius at any point on a cubic parabola is:

$$r = \frac{\sqrt{RL}}{\sqrt{2\sin\theta\cos^5\theta}}$$

A cubic parabola attains minimum r at:

$$\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$r_{\min} = 1.39\sqrt{RL}$$

A cubic parabola radius decreases from infinity to $r_{\min} = 1.39\sqrt{RL}$ at 24 degrees, 5 minutes, 41 seconds and from then onwards starts to increase again. This makes cubic parabolas useless for deflections greater than 24 degrees.

Bi-Quadratic (Schramm) Spirals

قوس اتصال بی‌ای درجه دوم (اسکرام)[1] دارای مقادیر کم شتاب عمودی است. این قوس دارای دو سهمی درجه دوم که شعاع آن به عنوان تابعی از طول منحنی متفاوت است، می‌باشند.

.Simple Curve Formula

Curvature of the first parabola:

$$\frac{1}{r} = \frac{2 * l^2}{RL^2} \quad for \quad \Rightarrow \quad 0 \le l \le \frac{L}{2}$$

Curvature of the second parabola:

$$\frac{1}{r} = \frac{4 * L * l - L^2 - 2 * l^2}{RL^2} \quad for \quad \Rightarrow \quad \frac{L}{2} \le l \le L$$

This curve is specified by the user-defined length (L) of the transition curve.

Compound Curve Formulas

Curvature of the first parabola:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{2 * l^2}{L^2}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) \quad for \quad \Rightarrow \quad 0 \le l \le \frac{L}{2}$$

Curvature of the second parabola:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_2} - \left(\frac{L - l}{L}\right)^2 * \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) \quad for \quad \Rightarrow \quad \frac{L}{2} \le l \le L$$

[1] Schramm

منابع

* کتاب نقشه‌برداری مسیر و قوس‌ها در راه‌سازی – تألیف: مهندس سلیمانی – ناشر: آذرخش
* کتاب نقشه‌برداری – تألیف: مهندس دیانت خواه – ناشر: دانشگاه اصفهان
* کتاب نقشه‌برداری – تألیف: مهندس نوبخت – ناشر: دانشگاه علم و صنعت
* جزوه درسی مهندس عظیم زاده – دانشگاه خواجه نصیر
* آیین نامه طرح هندسی راه‌های ایران – نشریه شماره ۱۶۱ سازمان برنامه و بودجه
* کتاب – طرح هندسی راه – تألیف: دکتر بهبهانی
* کتاب construction surveying (ارتش آمریکا)